

2024 年度

茨城県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1

(1)

①

$$3 - 9 = -6$$

答え：-6

②

$$\begin{aligned} -3(x + 2y) + (x - 3y) &= -3x - 6y + x - 3y \\ &= -2x - 9y \end{aligned}$$

答え： $-2x - 9y$

③

$$\begin{aligned} 3a^2b \times 4b \div 6ab &= \frac{12a^2b^2}{6ab} \\ &= 2ab \end{aligned}$$

答え： $2ab$

④

$$\begin{aligned} \sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) &= \sqrt{12} + \sqrt{18} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

答え： $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

(2)

積が -8、和が 7 となる 2 数は -1 と 8 であるから、

$$x^2 + 7x - 8 = (x - 1)(x + 8)$$

となる。

答え：エ

2

(1)

A, E, C は一直線上にあるから、

$$\angle DEC = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

である。

三角形 DEC の内角の和より、

$$\angle DCE = 180^\circ - 39^\circ - 106^\circ = 35^\circ$$

となる。

三角形 ABC は正三角形なので、

$$\angle BCA = 60^\circ$$

である。したがって、

$$\angle BCD = 60^\circ - 35^\circ = 25^\circ$$

となる。

答え：イ

(2)

データを小さい順に並べると、

$$1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 9$$

である。

10 個のデータの中央値は、5 番目と 6 番目の平均なので、

$$\frac{3+4}{2} = 3.5$$

である。

下位 5 個

$$1, 2, 3, 3, 3$$

の中央値は 3 だから、第 1 四分位数は 3 である。

上位 5 個

$$4, 5, 6, 7, 9$$

の中央値は 6 だから、第 3 四分位数は 6 である。

したがって、最小値 1、第 1 四分位数 3、中央値 3.5、第 3 四分位数 6、最大値 9 を表す箱ひげ図を選ぶ。

答え：ウ

(3)

大人 1 人の入園料を x 円、子ども 1 人の入園料を y 円とする。

大人 2 人と子ども 3 人の入園料は

$$2x + 3y$$

円である。500 円の割引券を 1 枚使った後の金額が 4000 円より安いので、

$$2x + 3y - 500 < 4000$$

となる。

答え：ア

(4)

関数

$$y = 2x^2$$

において、 $y = 18$ となる x を求めると、

$$18 = 2x^2$$

より、

$$x^2 = 9, \quad x = \pm 3$$

である。

x の変域は $-1 \leq x \leq I$ であり、最大値 18 をとる右端は $x = 3$ だから、

$$I = 3$$

である。

また、変域に $x = 0$ が含まれるので、 y の最小値は

$$y = 0$$

である。したがって、

$$II = 0$$

となる。

答え：エ

3

(1)

$EF \parallel BD$ より、同位角は等しいから、

$$\angle EBD = \angle CEF$$

である。

また、錯角は等しいから、

$$\angle BDE = \angle FED$$

である。

答え：ア、オ

(2)

三角形 ABE と三角形 DCE において、 $\ell \parallel m$ より錯角が等しいので、

$$\angle ABE = \angle DCE, \quad \angle BAE = \angle CDE$$

である。

2組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABE \sim \triangle DCE$$

である。

相似比は

$$AB : DC = 3 : 6 = 1 : 2$$

であるから、面積比は

$$\triangle ABE : \triangle DCE = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

となる。

三角形 ABE の面積は 5cm^2 なので、

$$\triangle DCE = 5 \times 4 = 20\text{cm}^2$$

である。

次に、三角形 DCE と三角形 DFE は、底辺をそれぞれ DC, DF とすると高さが等しい。したがって、面積比は底辺の比に等しい。

$CD = 6\text{cm}$ 、 $CF = 1\text{cm}$ より、

$$DF = 6 - 1 = 5\text{cm}$$

である。よって、

$$\triangle DCE : \triangle DFE = 6 : 5$$

となる。

したがって、

$$20 : \triangle DFE = 6 : 5$$

より、

$$\triangle DFE = \frac{20 \times 5}{6} = \frac{50}{3} \text{cm}^2$$

である。

$$\text{答え} : \frac{50}{3} \text{cm}^2$$

(3)

三角形 DCB と三角形 ECF において、仮定より、

$$CD = CE = 6\text{cm} \quad (1)$$

である。

また、 $\angle DCB$ と $\angle ECF$ は共通する直線によってできる角なので、

$$\angle DCB = \angle ECF \quad (2)$$

である。

三角形 CBF において、 $ED \parallel BF$ より、

$$CE : CB = CD : CF$$

である。さらに、(1) より $CD = CE$ だから、

$$CB = CF \quad (3)$$

となる。

(1)、(2)、(3) より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle DCB \equiv \triangle ECF$$

である。

答え : I : ウ、II : $CB = CF$ 、III : 2組の辺とその間の角

4

(1)

赤色のカードを 1 枚選ぶ方法は 6 通り、青色のカードを 1 枚選ぶ方法も 6 通りである。したがって、全部で

$$6 \times 6 = 36 \text{通り}$$

である。

$a + b$ が 3 の倍数となる組は、

$$\begin{aligned} &(1, 8), (1, 11), (2, 7), (2, 10), \\ &(3, 9), (3, 12), (4, 8), (4, 11), \\ &(5, 7), (5, 10), (6, 9), (6, 12) \end{aligned}$$

の 12 通りである。

したがって、求める確率は

$$\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

である。

答え：イ

(2) ①

円周を 12 等分した点で、直径の両端となる番号の組は

$$(1, 7), (2, 8), (3, 9), (4, 10), (5, 11), (6, 12)$$

の 6 通りである。

全部で 36 通りなので、求める確率は

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

である。

答え： $\frac{1}{6}$

(2) ②

番号 1 の点を直角の頂点とする場合を考える。

まず、番号 1 以外の 2 点を結んだ線分が直径になるとき、

$$(a, b) = (2, 8), (3, 9), (4, 10), (5, 11), (6, 12)$$

の 5 通りである。

次に、番号 1 と番号 7 を結ぶ線分を直径とするとき、番号 2、3、4、5、6 の点を第 3 の頂点にできるので、

$$(a, b) = (2, 7), (3, 7), (4, 7), (5, 7), (6, 7)$$

の 5 通りである。

したがって、条件を満たすのは

$$5 + 5 = 10 \text{通り}$$

である。よって、求める確率は

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

となる。

答え： $\frac{5}{18}$

5

(1)

給水口からは毎秒 100cm^3 の水が入るので、60 秒間に入る水の体積は

$$100 \times 60 = 6000\text{cm}^3$$

である。

水そうの底面積は

$$30 \times 20 = 600\text{cm}^2$$

だから、水面の高さを $x\text{cm}$ とすると、

$$600x = 6000$$

である。したがって、

$$x = 10$$

となる。

答え：10cm

(2) ①

おもりの底面積は

$$20 \times 20 = 400\text{cm}^2$$

である。

水面の高さが 15 cm になるまでは、水が入る部分の水平断面積は

$$30 \times 20 - 20 \times 20 = 200\text{cm}^2$$

である。この部分の体積は

$$200 \times 15 = 3000\text{cm}^3$$

なので、満たすのにかかる時間は

$$3000 \div 100 = 30\text{秒}$$

である。

その後、水面が 15 cm から 25 cm になるまでに必要な水の体積は

$$30 \times 20 \times (25 - 15) = 6000\text{cm}^3$$

なので、さらに

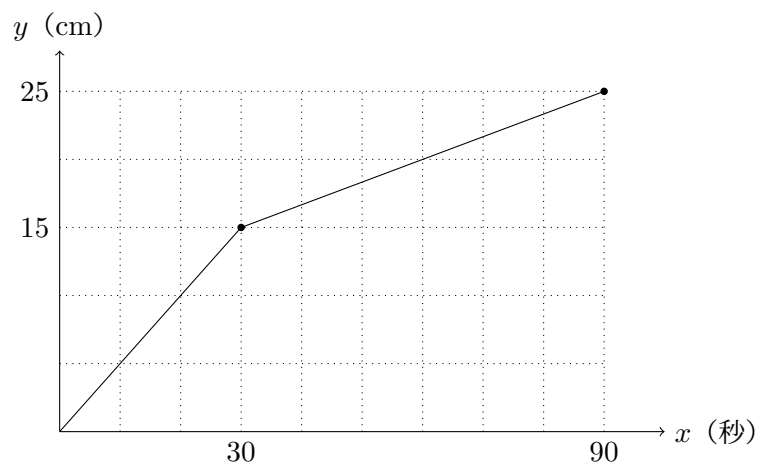
$$6000 \div 100 = 60\text{秒}$$

かかる。

したがって、グラフは

$$(0, 0) \rightarrow (30, 15) \rightarrow (90, 25)$$

を順に結ぶ。



答え：イ

(2) ②

実験 III では、満水の状態から毎秒 150cm^3 ずつ水を抜く。

まず、水面が 25 cm から 15 cm になるまでの水の体積は

$$30 \times 20 \times 10 = 6000\text{cm}^3$$

であるから、

$$6000 \div 150 = 40\text{秒}$$

かかる。

次に、水面が 15 cm から 0 cm になるまでの水の体積は

$$200 \times 15 = 3000\text{cm}^3$$

であるから、

$$3000 \div 150 = 20\text{秒}$$

かかる。

したがって、実験 III のグラフは

$$(0, 25) \rightarrow (40, 15) \rightarrow (60, 0)$$

を順に結ぶ。

実験 III の最初の直線を

$$y = ax + b$$

とおくと、 $(0, 25)$ 、 $(40, 15)$ を通るので、

$$b = 25, \quad a = \frac{15 - 25}{40 - 0} = -\frac{1}{4}$$

である。したがって、

$$y = -\frac{1}{4}x + 25 \quad (1)$$

となる。

実験Ⅱの後半の直線は $(30, 15)$ 、 $(90, 25)$ を通るから、

$$y = \frac{1}{6}x + 10 \quad (2)$$

である。

(1)、(2) を連立すると、

$$-\frac{1}{4}x + 25 = \frac{1}{6}x + 10$$

より、

$$-3x + 300 = 2x + 120$$

となる。したがって、

$$x = 36$$

である。これを (1) に代入すると、

$$y = -\frac{1}{4} \times 36 + 25 = 16$$

となる。

答え： $(36, 16)$

6

(1)

直線 BC は直線 AB と点 B で交わるので、ねじれの位置にはない。

直線 CF は直線 AB と交わらず、平行でもなく、同一平面上にもないので、ねじれの位置にある。

直線 DE は直線 AB と平行なので、ねじれの位置にはない。

したがって、組合せは「 $\times$, $\circ$, $\times$ 」である。

答え：オ

(2) ①

三角形 DEF は $DE = DF = 3\text{cm}$ の二等辺三角形である。 D から EF に垂線を下ろし、その足を H とする。

二等辺三角形の性質より、

$$EH = HF = 1\text{cm}$$

である。

直角三角形 DEH において、三平方の定理より、

$$DH = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\text{cm}$$

である。

したがって、三角形 DEF の面積は

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\text{cm}^2$$

である。

三角柱の側面積は、底面の周の長さで高さの積だから、

$$(3 + 3 + 2) \times 4 = 32\text{cm}^2$$

である。

よって、表面積は

$$2 \times 2\sqrt{2} + 32 = 32 + 4\sqrt{2}\text{cm}^2$$

となる。

答え： $32 + 4\sqrt{2}\text{cm}^2$

(2) ②

求める三角すい $RPEF$ の体積は、

$$\text{三角すい } PDEF - \text{三角すい } RDEF$$

で求める。

点 P は BC の中点である。三角形 ABC と三角形 DEF は合同であり、 P は辺 EF の中点の真上にある。三角形 DEF で、 D から EF の中点までの長さは $2\sqrt{2}\text{cm}$ 、三角柱の高さは 4cm だから、

$$DP = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 4^2} = 2\sqrt{6}\text{cm}$$

である。

また、 $AQ : QD = 3 : 1$ 、 $AD = 4\text{cm}$ より、

$$DQ = 1\text{cm}$$

である。

点 R は DP 上にあり、 $\angle QRD = 90^\circ$ であるから、 R は点 Q から直線 DP に下ろした垂線の足である。

直角三角形 DQR と、 D を頂点として DP を斜辺にもつ直角三角形を比べると、

$$DR = \frac{DQ \cdot AD}{DP} = \frac{1 \cdot 4}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}\text{cm}$$

となる。

したがって、

$$\frac{DR}{DP} = \frac{\sqrt{6}/3}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{6}$$

である。

点 R から底面 DEF までの高さを h とすると、点 D では高さ 0 、点 P では高さ 4 であり、 R は DP を D から $\frac{1}{6}$ の位置にあるので、

$$h = 4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}\text{cm}$$

である。

三角形 DEF の面積は $2\sqrt{2}\text{cm}^2$ だから、

$$\text{三角すい } PDEF = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times 4 = \frac{8\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$$

である。

また、

$$\text{三角すい } RDEF = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}\text{cm}^3$$

である。

したがって、

$$\begin{aligned}\text{三角すい } RPEF &= \frac{8\sqrt{2}}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{9} \\ &= \frac{20\sqrt{2}}{9}\text{cm}^3\end{aligned}$$

となる。

$$\text{答え：}\frac{20\sqrt{2}}{9}\text{cm}^3$$