

2024年度

岩手県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

(1)

$$3 - 1 = 2$$

答え：2

(2)

同類項をまとめる。

$$4x + 5x - 6 = 9x - 6$$

答え： $9x - 6$

(3)

$$\sqrt{64 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$

答え： $8\sqrt{6}$

(4)

平方の公式を用いる。

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

答え： $(x + 4)^2$

(5)

方程式 $x^2 - 3x - 5 = 0$ に解の公式を用いる。

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

答え： $x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$

大問 2

10 円硬貨が a 枚あるので、その金額は $10a$ 円である。また、1 円硬貨が b 枚あるので、その金額は b 円である。

したがって、合計金額は

$$10a + b$$

円となる。合計金額は 500 円以上だから、

$$10a + b \geq 500$$

答え： $10a + b \geq 500$

大問 3

y は x に反比例するので、

$$y = \frac{a}{x}$$

とおく。グラフは点 $(2, 2)$ を通るから、

$$2 = \frac{a}{2}$$

より、 $a = 4$ である。したがって、

$$y = \frac{4}{x}$$

であり、 $x = 8$ のとき

$$y = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

となる。

答え： $\frac{1}{2}$

大問 4

(1)

問題図より、 $BC \parallel DE$ である。 $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において、同位角が等しいので、

$$\angle ADE = \angle ABC, \quad \angle AED = \angle ACB$$

となる。したがって、2 組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

である。

対応する辺の比は等しいので、

$$AD : AB = DE : BC$$

である。 $AD = 3$ cm、 $DB = 6$ cm より $AB = 9$ cm だから、

$$3 : 9 = 4 : BC$$

$$1 : 3 = 4 : BC$$

より、

$$BC = 12$$

となる。

答え：12 cm

(2)

問題図の交点にできる角を α とする。三角形の外角の定理より、

$$\alpha = 26^\circ + 42^\circ = 68^\circ$$

である。

また、 $\triangle DBC$ は $DB = DC$ の二等辺三角形なので、

$$\angle DBC = \angle BCD = 42^\circ$$

である。したがって、交点を含む三角形の内角の和から、

$$180^\circ - (68^\circ + 42^\circ) = 70^\circ$$

となる。対頂角は等しいので、

$$x = 70^\circ$$

である。

答え：70°

(3)

$AP = r$ とする。 P, Q は線分 AB を 3 等分する点なので、

$$AP = PQ = QB = r, \quad AB = 3r$$

である。

AB を直径とする円の半径は $\frac{3}{2}r$ だから、その面積は

$$\left(\frac{3}{2}r\right)^2 \pi = \frac{9}{4}r^2 \pi$$

である。一方、 PQ を直径とする円の半径は $\frac{1}{2}r$ だから、その面積は

$$\left(\frac{1}{2}r\right)^2 \pi = \frac{1}{4}r^2 \pi$$

である。よって、面積の比は

$$\frac{9}{4} : \frac{1}{4} = 9 : 1$$

となる。

答え：9 倍

大問 5

次の手順で作図する。

1. $\angle AOB$ の二等分線を引く。
2. 点 C を通り、直線 OB に垂直な直線を引く。
3. 1、2 で引いた 2 直線の交点を、求める円の中心とする。

この点は、2 本の辺 OA, OB からの距離が等しく、さらに点 C を通る垂線上にあるため、条件を満たす円の中心となる。

答え：上の作図で得られる交点

大問 6

(1)

箱ひげ図では、箱の中の線が中央値を表す。問題の箱ひげ図から、中央値は 8 冊である。

答え：8 冊

(2)

データを小さい順に並べると、

4, 8, 10, 13, 15, 17, 18, 20, 22, 26

である。

データの個数は 10 個なので、中央値は中央の 2 つの値の平均である。

$$\frac{15 + 17}{2} = 16$$

下位の 5 個

4, 8, 10, 13, 15

の中央値は 10 なので、第 1 四分位数は 10 である。

上位の 5 個

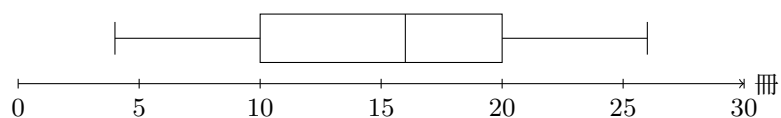
17, 18, 20, 22, 26

の中央値は 20 なので、第 3 四分位数は 20 である。

また、最小値は 4、最大値は 26 である。したがって、

最小値 4, 第 1 四分位数 10, 中央値 16, 第 3 四分位数 20, 最大値 26

を用いて、箱ひげ図を次のようにかく。



答え：上の箱ひげ図

大問 7

(1)

あおいさんのカードの選び方は 4 通り、ひなたさんのカードの選び方も 4 通りなので、カードの組合せは

$$4 \times 4 = 16$$

通りである。

あおいさんの「1」のカード 2 枚を区別して $1_A, 1_B$ とすると、引き分けになるのは

$$(1_A, 1), (1_B, 1), (2, 2)$$

の 3 通りである。したがって、求める確率は

$$\frac{3}{16}$$

である。

$$\text{答え：} \frac{3}{16}$$

(2)

変更前にあおいさんが勝つ組合せは

$$(2, 1), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4)$$

の 5 通りである。したがって、勝つ確率は

$$\frac{5}{16}$$

である。

変更後のあおいさんのカードについて、2 のカード 2 枚を $2_A, 2_B$ 、3 のカード 2 枚を $3_A, 3_B$ とする。あおいさんが勝つ組合せは

$$(2_A, 1), (2_B, 1), (3_A, 1), (3_A, 2), (3_B, 1), (3_B, 2)$$

の 6 通りである。したがって、勝つ確率は

$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

である。

$$\frac{5}{16} < \frac{6}{16}$$

より、数を変更した後の方が、あおいさんが勝つ確率は大きい。

答え：数を変更した後の方が大きい

大問 8

スケッチブック 1 冊の定価を x 円、色鉛筆 1 セットの定価を y 円とする。定価の合計が 1450 円だから、

$$x + y = 1450 \quad (1)$$

である。

スケッチブックは定価の 70%、色鉛筆は定価の 80% で買い、合計が 1080 円なので、

$$0.7x + 0.8y = 1080$$

すなわち、

$$7x + 8y = 10800 \quad (2)$$

である。

(1) を 7 倍すると、

$$7x + 7y = 10150$$

となる。これを (2) から引くと、

$$y = 650$$

である。これを (1) に代入して、

$$x + 650 = 1450$$

より、

$$x = 800$$

となる。

答え：スケッチブック 800 円、色鉛筆 650 円

大問 9

$\triangle ADC$ と $\triangle FED$ において考える。

同じ円 O で、弧 CD に対する円周角は等しいので、

$$\angle CAD = \angle DFE \quad (1)$$

である。

また、 AC は円 O の直径だから、

$$\angle ADC = 90^\circ \quad (2)$$

である。 BC はもう一方の円の直径だから、

$$\angle BEC = 90^\circ$$

である。問題図より、 B, E, D は一直線上にあるので、

$$\angle FED = 180^\circ - \angle BEC = 90^\circ \quad (3)$$

となる。(2)、(3) より、

$$\angle ADC = \angle FED \quad (4)$$

である。

(1)、(4) より、2 組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADC \sim \triangle FED$$

である。(証明終わり)

大問 10

(1)

水の残量を y mL、使用時間を x 分とし、

$$y = ax + b$$

とおく。表より、グラフは点 $(0, 1050)$ 、 $(10, 990)$ を通るので、

$$1050 = b$$

$$990 = 10a + b$$

である。 $b = 1050$ を代入すると、

$$990 = 10a + 1050$$

$$10a = -60$$

$$a = -6$$

となる。したがって、

$$y = -6x + 1050$$

である。

答え： $y = -6x + 1050$

(2)

弱運転では、10 分で 30 mL の水が減るので、1 分あたり

$$30 \div 10 = 3$$

mL 減る。

強運転を 60 分行った後の残量は 690 mL だから、その後を弱運転にすると、

$$690 \div 3 = 230$$

分使用できる。よって、使用時間の合計は

$$60 + 230 = 290$$

分である。

一方、強運転では 10 分で 60 mL 減るので、1 分あたり 6 mL 減る。最初から強運転を続けた場合は、

$$1050 \div 6 = 175$$

分使用できる。

したがって、求める時間の差は

$$290 - 175 = 115$$

分である。

答え：115 分

大問 11

(1)

問題図より、 P と R の x 座標は等しい。 P の x 座標が 1 なので、 R の x 座標も 1 である。 R は $y = 4x^2$ 上にあるから、

$$y = 4 \cdot 1^2 = 4$$

となり、

$$R = (1, 4)$$

である。

また、 Q と R の y 座標は等しいので、 Q の y 座標は 4 である。 Q は $y = x^2$ 上にあるから、

$$4 = x^2$$

より $x = \pm 2$ である。 Q の x 座標は正なので、 $x = 2$ となる。

答え： $Q(2, 4)$

(2)

P の x 座標を a とする。 P は $y = x^2$ 上にあるので、

$$P = (a, a^2)$$

である。 R は $y = 4x^2$ 上にあり、 P と x 座標が等しいので、

$$R = (a, 4a^2)$$

である。

Q と R の y 座標は等しく、 Q は $y = x^2$ 上にあるから、

$$x^2 = 4a^2$$

となる。 $a > 0$ で、 Q の x 座標も正なので、

$$Q = (2a, 4a^2)$$

である。

したがって、

$$PR = 4a^2 - a^2 = 3a^2, \quad QR = 2a - a = a$$

である。 $PR = QR$ より、

$$3a^2 = a$$

$$a(3a - 1) = 0$$

となる。 $a > 0$ だから、

$$a = \frac{1}{3}$$

である。

答え： $\frac{1}{3}$

(3)

点 R を通り、直線 PQ に平行な直線を ℓ とし、 ℓ と x 軸との交点を S とする。 $\triangle PQR$ と $\triangle PQS$ は、共通な底辺 PQ をもち、頂点 R, S が PQ に平行な直線上にあるので、面積が等しい。

問題図の条件から、 P の x 座標は 2 である。したがって、

$$P = (2, 2^2) = (2, 4)$$

である。また、

$$R = (2, 4 \cdot 2^2) = (2, 16)$$

である。 Q は $y = x^2$ 上にあり、 y 座標が 16 、 x 座標が正なので、

$$Q = (4, 16)$$

である。

直線 PQ の傾きを求めると、

$$\frac{16 - 4}{4 - 2} = 6$$

だから、直線 PQ は

$$y = 6x - 8$$

である。直線 ℓ はこれに平行で、点 $R(2, 16)$ を通るので、

$$y = 6x + 4$$

となる。点 S は x 軸上にあるから、 $y = 0$ として、

$$0 = 6x + 4$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

を得る。

答え： $-\frac{2}{3}$

大問 12

(1)

辺 CD を含む面は、

面 ACD , 面 BCD

である。

答え：面 ACD 、面 BCD

(2)

問題図より、 $\triangle ACD$ は $AC = AD = 9$ cm の二等辺三角形で、 $AH \perp CD$ である。また、 $CD = 6$ cm なので、

$$CH = DH = 3 \text{ cm}$$

である。

直角三角形 ACH で三平方の定理を用いると、

$$AH = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

となる。

答え： $6\sqrt{2}$ cm

(3)

同様に、

$$BH = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

である。したがって、 $\triangle ABH$ は $HA = HB$ の二等辺三角形である。

H から AB に垂線を下ろし、その足を I とする。問題図より $AB = 6$ cm なので、

$$AI = IB = 3 \text{ cm}$$

である。直角三角形 HAI で三平方の定理を用いると、

$$HI = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - 3^2} = \sqrt{72 - 9} = 3\sqrt{7}$$

となる。

よって、 $\triangle HAB$ の面積は

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{7} = 9\sqrt{7} \text{ cm}^2$$

である。

四面体 $ABCD$ を、三角すい $ABCH$ と三角すい $ABDH$ に分ける。 $CH = DH = 3$ cm なので、2 つの三角すいの体積は等しい。

三角すい $ABCH$ は、底面を $\triangle ABH$ とすると高さが $CH = 3$ cm であるから、

$$\frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{7} \cdot 3 = 9\sqrt{7} \text{ cm}^3$$

である。したがって、四面体 $ABCD$ の体積は

$$9\sqrt{7} + 9\sqrt{7} = 18\sqrt{7}$$

となる。

答え： $18\sqrt{7} \text{ cm}^3$