

2024年度 宮城県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

第一問

1

与式を計算すると、

$$-14$$

答え：-14

2

$$\frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

答え： $\frac{5}{3}$

3

$$6a^2b \div 2ab - 4ab^2 \div 2ab = 3a - 2b$$

答え： $3a - 2b$

4

まず、

$$2(a + 7b) - 8b = 2a + 14b - 8b = 2a + 6b$$

である。 $a = -5$, $b = \frac{1}{6}$ を代入すると、

$$2a + 6b = 2 \times (-5) + 6 \times \frac{1}{6} = -10 + 1 = -9$$

答え：-9

5

$$x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$$

答え： $(x - 3)(x - 7)$

6

y は x に反比例するので、

$$y = \frac{a}{x}$$

とおく。 $x = -2$, $y = 9$ を代入すると、

$$9 = \frac{a}{-2}$$

より、 $a = -18$ 。したがって、

$$y = -\frac{18}{x}$$

答え： $y = -\frac{18}{x}$

7

$$\frac{7}{\sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \sqrt{7}$$

である。

$\sqrt{10}$, $\sqrt{7}$, 3 はすべて正の数なので、それぞれを 2 乗して比べる。

$$(\sqrt{10})^2 = 10, \quad (\sqrt{7})^2 = 7, \quad 3^2 = 9$$

したがって、

$$\sqrt{7} < 3 < \sqrt{10}$$

答え：エ

8

問題図より、外側の長方形を辺 DC を軸として 1 回転させると、半径 4 cm、高さ 6 cm の円柱ができる。その体積は、

$$4^2\pi \times 6 = 96\pi \text{ cm}^3$$

である。

また、内側の長方形を同じ軸のまわりに 1 回転させると、半径 3 cm、高さ 5 cm の円柱ができる。その体積は、

$$3^2\pi \times 5 = 45\pi \text{ cm}^3$$

である。

したがって、求める体積は、

$$96\pi - 45\pi = 51\pi \text{ cm}^3$$

答え： $51\pi \text{ cm}^3$

第二問

1

さいころを2回投げたとき、出る目の組 (a, b) は全部で

$$6 \times 6 = 36$$

通りあり、どれも同様に確からしい。

(1)

$a + b = 6$ となるのは、

$$(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$$

の5通りである。

$$\text{答え} : \frac{5}{36}$$

(2)

$\frac{b+1}{a}$ が整数になるのは、 $b+1$ が a の倍数になるときである。

a	b	通り数
1	1, 2, 3, 4, 5, 6	6
2	1, 3, 5	3
3	2, 5	2
4	3	1
5	4	1
6	5	1

したがって、条件を満たすのは

$$6 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 14$$

通りである。

$$\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

$$\text{答え} : \frac{7}{18}$$

2

(1)

問題図より、 OB, OC は円の半径なので、

$$OB = OC$$

である。したがって、 $\triangle OBC$ は二等辺三角形であり、

$$\angle OCB = \angle OBC = 28^\circ$$

となる。

よって、

$$\angle BCE = 37^\circ + 28^\circ = 65^\circ$$

である。三角形 BCE の内角の和より、

$$\angle CEB = 180^\circ - (28^\circ + 65^\circ) = 87^\circ$$

したがって、一直線上の角より、

$$\angle AEC = 180^\circ - 87^\circ = 93^\circ$$

答え： 93°

(2)

弧 DB に対して、 $\angle DCB$ は円周角、 $\angle DOB$ は中心角である。したがって、

$$\angle DOB = 2\angle DCB = 2 \times 65^\circ = 130^\circ$$

半径は 6 cm なので、弧 DB の長さは、

$$2\pi \times 6 \times \frac{130}{360} = \frac{13\pi}{3} \text{ cm}$$

答え： $\frac{13\pi}{3} \text{ cm}$

3

(1)

点 A と点 B は y 軸について対称であるから、点 B の x 座標は -4 である。

点 B は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあるので、

$$y = \frac{1}{2}(-4)^2 = 8$$

したがって、

$$B(-4, 8)$$

答え： $(-4, 8)$

(2)

(1) より、直線 ℓ は

$$y = 8$$

である。

点 C の x 座標を p とすると、点 C と点 D は y 軸について対称であるから、点 D の x 座標は $-p$ である。
よって、

$$DC = p - (-p) = 2p$$

また、

$$AC = 4 - p$$

である。 $DC = AC$ より、

$$2p = 4 - p$$

したがって、

$$p = \frac{4}{3}$$

点 C は $y = ax^2$ 上にあり、 $y = 8$ であるから、

$$8 = a \left(\frac{4}{3} \right)^2 = \frac{16}{9}a$$

よって、

$$a = \frac{9}{2}$$

答え： $\frac{9}{2}$

4

(1)

3 回目の操作では、1 辺に 6 個ずつ、4 辺に新しい基石を置くので、

$$6 \times 4 = 24$$

個である。

4 回目の操作では、1 辺に 8 個ずつ、4 辺に新しい基石を置くので、

$$8 \times 4 = 32$$

個である。

答え：3 回目：24 個、4 回目：32 個

(2) ア

1 回目、2 回目、3 回目、4 回目に新たに置く基石の数は、それぞれ

$$2 \times 4, \quad 4 \times 4, \quad 6 \times 4, \quad 8 \times 4$$

である。したがって、 n 回目に新たに置く基石は、

$$2n \times 4 = 8n$$

個である。

これが 88 個なので、

$$8n = 88$$

より、

$$n = 11$$

答え：11 回目

(2) イ

奇数回目の操作では黒、偶数回目の操作では白の碁石を新たに置く。11 は奇数なので、11 回目に置く碁石は黒である。

11 回目までに黒の碁石を置くのは、1、3、5、7、9、11 回目である。したがって、黒の碁石の合計は、

$$8 + 24 + 40 + 56 + 72 + 88 = 288$$

個である。

答え：288 個

第三問

1

(1)

箱ひげ図で最も小さい値が最小なのは C 組である。したがって、最も速い記録の生徒がいるのは C 組である。

答え：C 組

(2)

すべての組で中央値が 340 秒より小さい。各組の人数は 40 人なので、中央値より小さい側には少なくとも 20 人いる。

したがって、各組において 340 秒以内の記録であった生徒が少なくとも 20 人ずついることが分かる。

答え：各組に、340 秒以内の記録の生徒が少なくとも 20 人ずついるから。

2

(1)

P から Q までの 900 m を毎分 200 m で走るので、かかる時間は、

$$900 \div 200 = 4.5 \text{ 分}$$

である。

また、 Q から R までの道のりは、

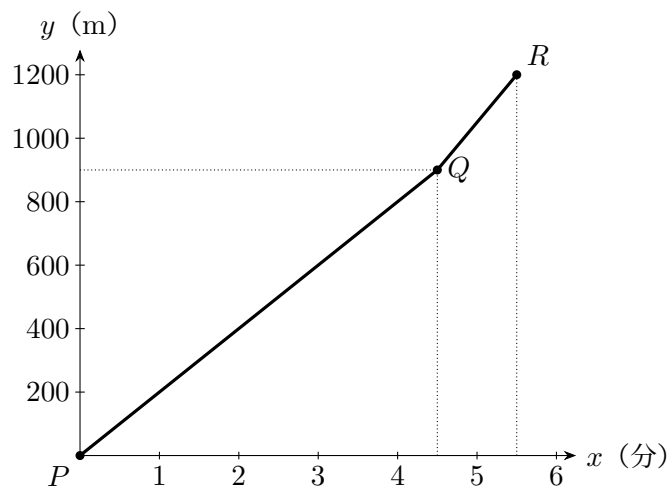
$$1200 - 900 = 300 \text{ m}$$

であり、これを毎分 300 m で走るので、かかる時間は、

$$300 \div 300 = 1 \text{ 分}$$

である。

したがって、 $(0, 0)$ 、 $(4.5, 900)$ 、 $(5.5, 1200)$ を順に直線で結ぶ。



答え：上のグラフの通り

(2) ア

洋平さんが R 地点に着くのは、出発してから 5 分 30 秒後である。明さんが P 地点に着くのは、その 30 秒後なので、洋平さんの出発から 6 分後である。

明さんは 1200 m を毎分 250 m で走るから、走った時間は、

$$1200 \div 250 = 4.8 \text{ 分}$$

である。したがって、明さんが R 地点を出発したのは、

$$6 - 4.8 = 1.2 \text{ 分後}$$

である。

洋平さんについて、すれ違うまでの区間では

$$y = 200x$$

である。

明さんのグラフを $y = mx + n$ とおくと、 $(1.2, 1200)$ 、 $(6, 0)$ を通るので、

$$m = \frac{0 - 1200}{6 - 1.2} = -250$$

また、 $(6, 0)$ を代入して、

$$0 = -250 \times 6 + n$$

より、 $n = 1500$ 。したがって、

$$y = -250x + 1500$$

である。

2 人がすれ違うときは y の値が等しいので、

$$200x = -250x + 1500$$

$$450x = 1500$$

$$x = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$ 分は 20 秒なので、

答え：3 分 20 秒後

(2) イ

明さんが問題の地点にいるとき、

$$y = -250x + 1500 = 300$$

より、

$$250x = 1200, \quad x = 4.8$$

である。

このとき洋平さんは Q から R へ走っている。洋平さんのこの区間のグラフを $y = px + q$ とおくと、
(4.5, 900)、(5.5, 1200) を通るので、

$$p = \frac{1200 - 900}{5.5 - 4.5} = 300$$

したがって、

$$y = 300x - 450$$

である。

$x = 4.8$ を代入すると、

$$y = 300 \times 4.8 - 450 = 990$$

答え：990 m

第四問

1

点 D, E はそれぞれ辺 AB, AC の中点である。中点連結定理より、

$$DE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

答え：5 cm

2

$\triangle ADF$ と $\triangle DBE$ において、

$$AF = DE$$

また、点 D は辺 AB の中点なので、

$$AD = DB$$

さらに、 $AF \parallel DE$ であるから、同位角は等しく、

$$\angle FAD = \angle EDB$$

となる。

以上より、2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADF \equiv \triangle DBE$$

(証明終わり)

3

(1)

$\triangle CGE$ と $\triangle ACF$ において、問題の条件より、

$$\angle CGE = \angle ACF$$

また、中点連結定理より $DE \parallel BC$ であり、 $AF \parallel DE$ なので、

$$AF \parallel GC$$

である。したがって、錯角は等しく、

$$\angle GCE = \angle CAF$$

となる。

よって、2 組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle CGE \sim \triangle ACF$$

である。対応する辺の比より、

$$CG : AC = CE : AF$$

ここで、 $AC = 8$ 、点 E は AC の中点だから $CE = 4$ である。また、第 2 問より $AF = DE = 5$ である。したがって、

$$CG : 8 = 4 : 5$$

$$5CG = 32$$

$$CG = \frac{32}{5}$$

答え： $\frac{32}{5}$ cm

(2)

点 A から辺 BC に垂線を下ろし、その足を H とする。また、 $BH = x$ cm とおくと、

$$CH = 10 - x$$

である。

$\triangle ABH$ で三平方の定理より、

$$AH^2 = 12^2 - x^2$$

また、 $\triangle ACH$ で三平方の定理より、

$$AH^2 = 8^2 - (10 - x)^2 = -x^2 + 20x - 36$$

である。よって、

$$144 - x^2 = -x^2 + 20x - 36$$

$$20x = 180$$

$$x = 9$$

したがって、

$$AH = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

である。

よって、 $\triangle ABC$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 3\sqrt{7} = 15\sqrt{7} \text{ cm}^2$$

続いて、 $\triangle ABC$ と $\triangle AGC$ は、底辺をそれぞれ BC, GC とすると高さが等しいので、面積比は底辺の比に等しい。

$$\triangle ABC : \triangle AGC = 10 : \frac{32}{5} = 25 : 16$$

したがって、

$$\triangle AGC = \frac{16}{25} \times 15\sqrt{7} = \frac{48\sqrt{7}}{5} \text{ cm}^2$$

さらに、 $\triangle AGC$ と $\triangle AGE$ は、底辺をそれぞれ AC, AE とすると高さが等しい。点 E は AC の中点なので、

$$AC : AE = 2 : 1$$

したがって、

$$\triangle AGE = \frac{1}{2} \times \triangle AGC = \frac{1}{2} \times \frac{48\sqrt{7}}{5} = \frac{24\sqrt{7}}{5} \text{ cm}^2$$

$$\text{答え} : \frac{24\sqrt{7}}{5} \text{ cm}^2$$