

2024 年度

栃木県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1 大問 1

1

$$(-4) \times (-3) = 12$$

答え：12

2

$$\sqrt{28} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7} + \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

答え： $3\sqrt{7}$

3

絶対値が 3 より小さい整数は、 $-2, -1, 0, 1, 2$ である。

答え：5 個

4

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x + 2)(x + 3) = 0$$

よって、 $x = -2, -3$ 。

答え： $x = -2, -3$

5

$y = \frac{a}{x}$ に $x = 2, y = -3$ を代入すると、 $-3 = \frac{a}{2}$ より $a = -6$ 。

答え：-6

6

弧の長さは中心角に比例する。したがって、円周に対する比は

$$\frac{40}{360} = \frac{1}{9}.$$

答え： $\frac{1}{9}$ 倍

7

半径 r の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ であるから、

$$\frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi.$$

答え： $288\pi \text{ cm}^3$

8

度数が最も多い階級の度数は 7 人で、全体は 20 人である。

$$\frac{7}{20} = 0.35$$

答え：0.35

2 大問 2

1

小数第 1 位を四捨五入して 29 になる真の値 a の範囲は、28.5 以上 29.5 未満である。29.5 は四捨五入すると 30 になるため含まない。

答え：28.5 $\leq a <$ 29.5

2

走る距離を x m、歩く距離を y m とすると、

$$x + y = 400 \quad \cdots \textcircled{1}$$

また、合計時間が 2 分なので、

$$\frac{x}{300} + \frac{y}{60} = 2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

②を 300 倍して $x + 5y = 600$ 。これと①より $4y = 200$ なので $y = 50$ 。①に代入して $x = 350$ 。

答え：走る距離 350 m、歩く距離 50 m

3

連続する 3 つの自然数のうち最も小さい数を n とすると、3 つの数は $n, n + 1, n + 2$ と表される。

$$\begin{aligned} n^2 + (n + 2)^2 - 2(n + 1)^2 &= n^2 + n^2 + 4n + 4 - 2(n^2 + 2n + 1) \\ &= 2. \end{aligned}$$

したがって、求める値はつねに 2 となる。

3 大問 3

1

点 A から辺 AB と辺 AC までの距離が等しい点は、 $\angle BAC$ の二等分線上にある。したがって、コンパスと定規を用いて $\angle BAC$ の二等分線を作図し、その二等分線と辺 BC との交点を P とする。

作図の手順は次の通りである。

1. 点 A を中心として弧をかき、辺 AB 、辺 AC との交点をそれぞれとる。
2. 1 でとった 2 点をそれぞれ中心として、同じ半径の弧をかく。
3. 2 つの弧の交点と点 A を結び、その直線と辺 BC との交点を P とする。

答え：上記の作図による点 P

2 (1)

$\angle ADC = 45^\circ$ 、 $\angle ACD = 90^\circ$ より、 $\triangle ADC$ は直角二等辺三角形である。したがって、

$$AC : AD = 1 : \sqrt{2}$$

$AC = 5$ より、

$$AD = 5\sqrt{2}$$

答え： $5\sqrt{2}$ cm

2 (2)

$BC = BD + DC = 7 + 5 = 12$ より、直角三角形 ABC において、

$$AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ において、

$$\angle ABC = \angle DBE$$

また、

$$\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$$

よって、2 組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle DBE$$

対応する辺の比は等しいから、

$$AC : DE = AB : DB$$

したがって、

$$5 : DE = 13 : 7$$

$$13DE = 35$$

$$DE = \frac{35}{13}$$

答え： $\frac{35}{13}$ cm

3

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において、

円周角の定理より、

$$\angle ACB = \angle ADB \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\angle ABC = \angle ADC \quad \dots \textcircled{2}$$

また、 $AD \parallel BC$ より、錯角が等しいので、

$$\angle ADB = \angle DBC \quad \dots \textcircled{3}$$

①、③より、

$$\angle ACB = \angle DBC \quad \dots \textcircled{4}$$

同様に、②と $AD \parallel BC$ から、

$$\angle ABC = \angle DCB \quad \dots \textcircled{5}$$

さらに、

$$BC = CB \quad \dots \textcircled{6}$$

④、⑤、⑥より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

(証明終わり)

4 大問 4

1 (1)

最大値は 25 分以上 30 分未満の階級に含まれるので、階級値は

$$\frac{25 + 30}{2} = 27.5.$$

答え：27.5 分

1 (2)

ヒストグラムから、第 1 四分位数は 5 分以上 10 分未満、中央値は 10 分以上 15 分未満、第 3 四分位数は 15 分以上 20 分未満に含まれる。これに合う箱ひげ図はウである。

答え：ウ

2 (1)

A さんが選ぶ玉は 5 通り。その後、B さんが残り 4 個から選ぶので 4 通り。したがって、 $5 \times 4 = 20$ 通り。

答え：20 通り

2 (2)

玉を戻すので、A さん、B さんともに 5 通りずつで、全部で 25 通り。和が 7 以下となる組は

$$\begin{array}{l|l} A = 1 & (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5) \\ A = 2 & (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5) \\ A = 3 & (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4) \\ A = 4 & (4, 1), (4, 2), (4, 3) \\ A = 5 & (5, 1), (5, 2) \end{array}$$

の 19 通りである。

答え： $\frac{19}{25}$

5 大問 5

1 (1)

$y = -x^2$ で $-3 \leq x \leq 1$ である。最大値は $x = 0$ のときの 0、最小値は $x = -3$ のときの -9 である。

答え： $-9 \leq y \leq 0$

1 (2)

a を大きくすると、点 $A(2, 4a)$ は上方へ動くので、直線 AD の傾きは大きくなる。また、点 $C(-2, 4a)$ も上方へ動くが、線分 AC は水平で、長さはつねに 4 である。

答え：①ア、②ウ

1 (3)

$A(2, 4a)$ 、 $B(2, -4)$ 、 $C(-2, 4a)$ 、 $D(-3, 0)$ である。

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 2 \times (4a + 4) = 4a + 4$$

$$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4a = 6a$$

面積が等しいので、

$$4a + 4 = 6a$$

よって、

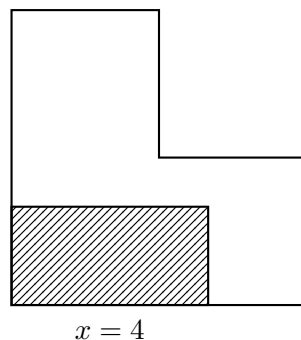
$$a = 2$$

答え：2

2 (1)

$a = 2$ 、 $b = 4$ である。

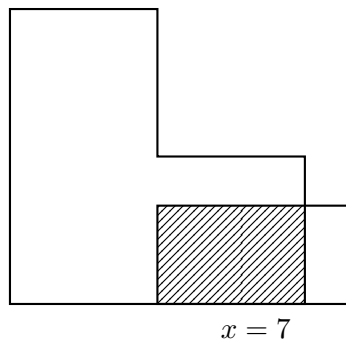
$x = 4$ のときは、長方形の幅 4 cm、高さ 2 cm の部分全体が L 字形と重なる。



したがって、

$$y = 4 \times 2 = 8$$

$x = 7$ のときは、幅 3 cm、高さ 2 cm の部分が重なる。



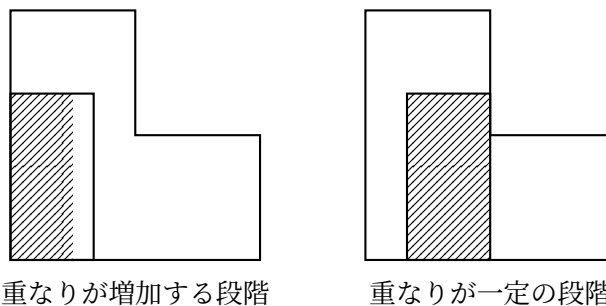
したがって、

$$y = 3 \times 2 = 6$$

答え：① 8、② 6

2 (2)

$a = 4$ 、 $b = 2$ である。長方形を右へ動かしたときの重なり方を区間ごとに考える。



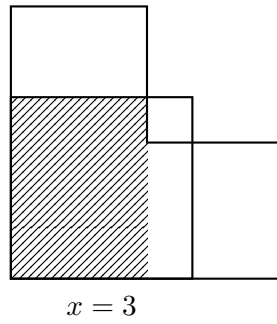
はじめは重なる幅が増えるので、 y は一定の割合で増加する。その後、重なる部分の形が変わらない区間では、 y は一定となる。さらに移動すると、重なる部分が一定の割合で減少し、途中でもう一度一定となった後、最後は 0 になる。この変化に合うグラフはエである。

答え：エ

2 (3)

$a = 4$ 、 $b = 4$ である。

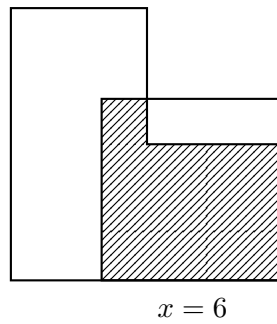
3 秒後の重なった部分は、幅 3 cm、高さ 4 cm の長方形なので、



$$y = 3 \times 4 = 12$$

である。

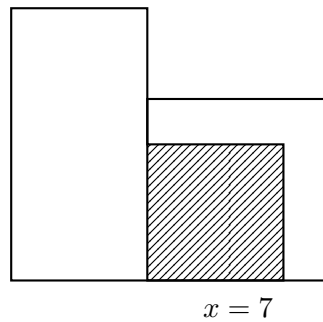
この後、面積が再び 12 cm^2 になるのは、グラフより $6 \leq x \leq 7$ の区間である。 $x = 6$ のとき、重なった部分は 4×4 の正方形から 3×1 の長方形を除いた形なので、



$$y = 4 \times 4 - 3 \times 1 = 13$$

となる。

$x = 7$ のときは、幅 3 cm 、高さ 3 cm の正方形が重なるので、



$$y = 3 \times 3 = 9$$

となる。

したがって、 $6 \leq x \leq 7$ における直線は、2点 $(6, 13)$ 、 $(7, 9)$ を通る。この直線の式を $y = mx + n$ とすると、

$$m = \frac{9 - 13}{7 - 6} = -4$$

よって、

$$y = -4x + 37$$

面積が 3 秒後と同じ 12 cm^2 になるとき、

$$12 = -4x + 37$$

$$4x = 25$$

$$x = \frac{25}{4}$$

$\frac{25}{4} = 6.25$ であり、 $6 \leq x \leq 7$ を満たす。

答え： $\frac{25}{4}$ 秒後

6 大問 6

1

92 人を 1 列 5 人ずつ座らせると、 $92 = 5 \times 18 + 2$ 。18 列では 2 人残るので、もう 1 列必要である。

答え：19 列

2

B 中学校の参加人数を x 人とする。24 列必要なので

$$5 \times 23 < x \leq 5 \times 24$$

より、 $116 \leq x \leq 120$ 。また、29 台必要なので

$$4 \times 28 < x \leq 4 \times 29$$

より、 $113 \leq x \leq 116$ 。共通するのは $x = 116$ 。

答え：116 人

3

新幹線の座席の列数を n 列とすると、参加人数は $5(n-1) + a$ と表せる。ただし a は 1 から 5 までの自然数。よって①は $5(n-1)$ 。

タクシーの台数は $n+10$ 台なので、参加人数は $4(n+9) + b$ と表せる。ただし b は 1 から 4 までの自然数。したがって

$$5(n-1) + a = 4(n+9) + b$$

$$n = 41 - a + b.$$

n を最小にするには $a = 5, b = 1$ とすればよいので、 $n = 37$ 。このとき参加人数は

$$5 \times 36 + 5 = 185.$$

答え：① $5(n-1)$ 、② $41 - a + b$ 、③ 185