

2024年度 山形県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

1 (1)

$$-9 + 6 + 2 = -3 + 2 = -1$$

答え：-1

1 (2)

$$\begin{aligned}\left(-\frac{14}{12} + \frac{9}{12}\right)\left(-\frac{9}{5}\right) &= \left(-\frac{5}{12}\right)\left(-\frac{9}{5}\right) \\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

答え： $\frac{3}{4}$

1 (3)

$$\begin{aligned}\frac{10xy^2 \cdot (-4x^2)}{8x^2y} &= \frac{-40x^3y^2}{8x^2y} \\ &= -5xy\end{aligned}$$

答え： $-5xy$

1 (4)

同じ根号をもつ項をまとめると、

$$3\sqrt{3} + \sqrt{3} = (3+1)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

答え： $4\sqrt{3}$

2

式を整理すると、

$$4x^2 - 1 = -4x \quad \Longleftrightarrow \quad 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

となる。解の公式より、

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot 4} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{8} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

答え： $x = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}$

3

問題図の円周上にある4点 A, B, C, D について考える。同じ弦に対する円周角は等しいので、問題図に示された角を三角形 ABC の内角に移して考えることができる。

まず、弦 AD に対する円周角は等しいから、三角形 ABC の点 B 側の角の一部は

$$36^\circ$$

である。

次に、弦 BC に対する円周角は等しいから、点 A 側の角の一部は

$$55^\circ$$

である。

また、弦 CD に対する円周角は等しいから、点 A 側のもう一つの角は

$$42^\circ$$

である。

したがって、三角形 ABC の3つの内角の和が 180° であることから、

$$36^\circ + 55^\circ + 42^\circ + \angle ACB = 180^\circ$$

となる。よって、

$$\begin{aligned}\angle ACB &= 180^\circ - (36^\circ + 55^\circ + 42^\circ) \\ &= 180^\circ - 133^\circ \\ &= 47^\circ\end{aligned}$$

である。

答え： 47°

4

2枚のカードの数を順に選ぶときの樹形図は次の通りである。各枝の右端に積を示す。

1 枚目	2 枚目	積
-1	-1	1
	0	0
	1	-1
	2	-2
	3	-3
0	-1	0
	0	0
	1	0
	2	0
	3	0
1	-1	-1
	0	0
	1	1
	2	2
	3	3
2	-1	-2
	0	0
	1	2
	2	4
	3	6
3	-1	-3
	0	0
	1	3
	2	6
	3	9

取り出し方は全部で $5 \times 5 = 25$ 通りである。積が自然数となるのは、

$$(-1, -1), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$$

の 10 通りである。なお、この問題では 0 を自然数に含めない。

$$\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

答え： $\frac{2}{5}$

5

四面体の各頂点を、さくらんぼ側と西洋なし側の向きに対応させて A, B, C, D とする。展開図を折り上げたときの頂点の重なり方を調べる。

アは各辺と頂点の対応が正しく、四面体を作ることができる。イは点 C が重ならない。ウは点 B, D が異なる頂点になる。エは点 B, D が同じ頂点になってしまう。

答え：ア

大問 2

1 (1)

一次関数では、変化の割合は傾きに等しい。

$$y \text{ の増加量} = \text{変化の割合} \times x \text{ の増加量}$$

だから、

$$-\frac{1}{2} \times 6 = -3.$$

答え：-3

1 (2)

点 B は直線 $y = -\frac{1}{2}x - 1$ 上にあり、 $y = 0$ だから、

$$0 = -\frac{1}{2}x - 1$$

より $x = -2$ 。したがって $B(-2, 0)$ である。

点 B と点 C の x 座標は等しいので、点 C の x 座標は -2 。

また、点 A は直線 $y = -\frac{1}{2}x - 1$ 上にあり、 $x = 4$ だから、

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 4 - 1 = -3$$

より $A(4, -3)$ 。

反比例のグラフを $y = \frac{b}{x}$ とおく。点 $A(4, -3)$ を通るので、

$$-3 = \frac{b}{4}$$

より $b = -12$ 。したがって反比例の式は $y = -\frac{12}{x}$ である。 $x = -2$ のとき、

$$y = -\frac{12}{-2} = 6$$

だから、 $C(-2, 6)$ 。

点 C は放物線 $y = ax^2$ 上にもあるので、

$$6 = a(-2)^2 = 4a$$

より、

$$a = \frac{3}{2}.$$

答え： $a = \frac{3}{2}$

2

作図の手順は次の通り。

1. 線分 AC の垂直二等分線を作図し、線分 AC の中点を求める。
2. その中点と点 B を通る直線を引く。
3. 点 B を中心、半径 BA の円をかく。
4. 2 で引いた直線と 3 の円との交点のうち、問題図で指定された側の点を P とする。

答え：上の作図の通り

3 (1)

昨年度の 7 月に A 山を訪れた人数を x 人とする。昨年度に B 山を訪れた人数は $(14700 - x)$ 人である。
今年度は、 A 山が昨年度の 1.2 倍、 B 山が昨年度の 1.1 倍で、合計が 2460 人増えたので、

$$1.2x + 1.1(14700 - x) = 14700 + 2460.$$

答え： $1.2x + 1.1(14700 - x) = 17160$

3 (2)

$$1.2x + 1.1(14700 - x) = 17160$$

$$1.2x + 16170 - 1.1x = 17160$$

$$0.1x = 990$$

$$x = 9900$$

したがって、今年度に A 山を訪れた人数は、

$$9900 \times 1.2 = 11880$$

である。

答え：11880 人

4

食事時間が 90 分未満の生徒は、30 分以上 60 分未満の階級と、60 分以上 90 分未満の階級に入る。

したがって、90 分未満の生徒数は、

$$A\text{中学校}: 4 + 32 = 36\text{人}, \quad B\text{中学校}: 3 + 40 = 43\text{人}$$

である。

それぞれの累積相対度数を求めると、

$$A\text{中学校}: \frac{36}{80} = 0.45, \quad B\text{中学校}: \frac{43}{100} = 0.43$$

となる。

$0.45 > 0.43$ であるから、1 日あたりの食事時間が 90 分未満の生徒の割合は、 A 中学校のほうが B 中学校よりも大きい。

答え： A 中学校は 0.45、 B 中学校は 0.43 で、 $0.45 > 0.43$ だから。

大問 3

1 (1)

点 Q は毎秒 2 cm で動くので、3 秒後は

$$CQ = 2 \times 3 = 6 \text{ cm.}$$

問題図より $BC = 12 \text{ cm}$ だから、

$$BQ = BC - CQ = 12 - 6 = 6 \text{ cm.}$$

三角形 BPQ の高さは 6 cm なので、

$$y = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18.$$

答え：18 cm²

1 (2) ア

$0 \leq x \leq 4$ のとき、

$$CQ = 2x, \quad BQ = 12 - 2x.$$

したがって、

$$y = \frac{1}{2}(12 - 2x) \cdot 6 = -6x + 36.$$

答え： $y = -6x + 36$

1 (2) イ

点 Q は C から G まで 8 cm 進み、速さは毎秒 2 cm だから、4 秒後に G に着く。その後、点 Q は G で止まる。一方、点 P は 6 秒後に E に着く。したがって、この場合の範囲は

$$4 \leq x \leq 6.$$

答え： $4 \leq x \leq 6$

1 (2) ウ

$4 \leq x \leq 6$ のとき、問題図の長さより

$$PE = 6 - x, \quad EG = 4$$

なので、

$$PG = PE + EG = 10 - x.$$

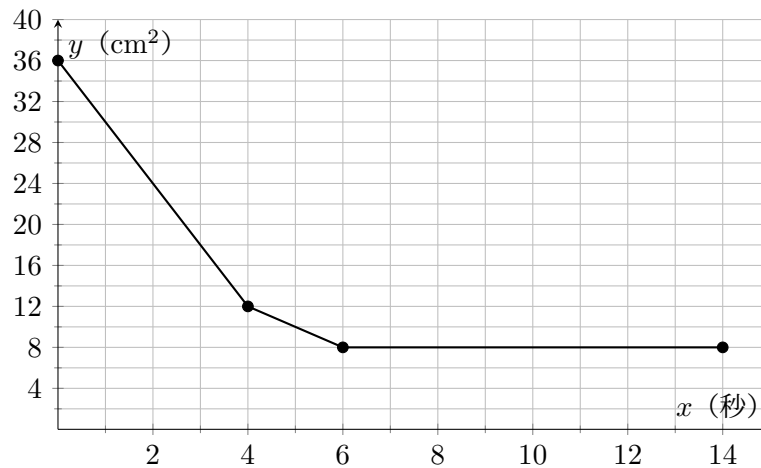
底辺を $QG = 4 \text{ cm}$ 、高さを PG とみると、

$$y = \frac{1}{2} \cdot 4(10 - x) = -2x + 20.$$

答え： $y = -2x + 20$

1 (2) グラフ

以上より、 y のグラフは次の通り。



答え：上のグラフの通り

2

問題図の 2 つの長方形の面積の和は、

$$4 \cdot 6 + 8 \cdot 4 = 24 + 32 = 56 \text{ cm}^2.$$

点 P が辺 ED 上にあるときは $6 \leq x$ であり、点 Q は G に止まっている。四角形 $PGCD$ の面積が全体の半分、すなわち

$$56 \div 2 = 28 \text{ cm}^2$$

になればよい。

点 P が進んだ道のりは x cm で、 $AF + FE + ED = 4 + 2 + 8 = 14$ cm だから、

$$PD = 14 - x.$$

四角形 $PGCD$ は、平行な 2 辺の長さが $PD = 14 - x$ cm と $GC = 8$ cm、高さが 4 cm の台形なので、

$$\frac{(14 - x) + 8}{2} \cdot 4 = -2x + 44.$$

これが 28 になるから、

$$-2x + 44 = 28$$

より $x = 8$ 。

このとき $PD = 14 - 8 = 6$ cm。点 P から BC に垂線を下ろし、その足を H とする。問題図の位置関係より、

$$QH = 8 - 6 = 2 \text{ cm}, \quad PH = 4 \text{ cm}.$$

直角三角形 PQH で三平方の定理を使うと、

$$PQ = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ cm}.$$

答え： $2\sqrt{5}$ cm

大問 4

1

三角形 ABC と三角形 EDA において、仮定より

$$BC = DA \quad \dots \textcircled{1}$$

また、

$$\angle ACB = \angle AEC \quad \dots \textcircled{2}$$

である。②より三角形 AEC は二等辺三角形だから、

$$AC = EA \quad \dots \textcircled{3}$$

さらに、 $BC \parallel DA$ で錯角が等しいので、

$$\angle EAD = \angle AEC \quad \dots \textcircled{4}$$

②、④より、

$$\angle ACB = \angle EAD \quad \dots \textcircled{5}$$

①、③、⑤から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle EDA.$$

2 (1)

三角形 GCE と三角形 GAD において、 $EC \parallel DA$ より同位角が等しいので、

$$\angle GCE = \angle GAD, \quad \angle GEC = \angle GDA.$$

したがって、

$$\triangle GCE \sim \triangle GAD.$$

対応する辺の比は等しいから、

$$GC : GA = CE : AD.$$

大問 4 の 1 より $\triangle ABC \equiv \triangle EDA$ なので $BC = DA$ 。 $BC = 10$ cm より $DA = 10$ cm。また、

$$CE = CB - BE = 10 - 4 = 6 \text{ cm}.$$

$GC = x$ cm とおくと $GA = x + 5$ cm だから、

$$x : (x + 5) = 6 : 10 = 3 : 5.$$

よって、

$$5x = 3(x + 5), \quad 2x = 15, \quad x = \frac{15}{2}.$$

$$\text{答え : } CG = \frac{15}{2} \text{ cm}$$

2 (2)

点 A から BC に垂線を下ろし、その足を H とする。三角形 AEC は二等辺三角形で、 $AE = AC = 5$ cm、 $EC = 6$ cm だから、

$$EH = HC = 3 \text{ cm.}$$

直角三角形 AEH で三平方の定理を使うと、

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm.}$$

したがって、三角形 ABE の面積は、

$$\frac{1}{2} \cdot BE \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2.$$

次に、三角形 FBE と三角形 FAD において、 $BE \parallel AD$ より錯角が等しいので、

$$\angle FBE = \angle FAD, \quad \angle FEB = \angle FDA.$$

したがって、

$$\triangle FBE \sim \triangle FAD.$$

対応する辺の比から、

$$FB : FA = BE : AD = 4 : 10 = 2 : 5.$$

よって、

$$AB : AF = (FB + FA) : FA = 7 : 5.$$

三角形 ABE と三角形 AFE は、底辺をそれぞれ AB, AF とすると高さが等しいので、面積比は底辺比に等しい。

$$\triangle ABE : \triangle AFE = AB : AF = 7 : 5.$$

$\triangle ABE$ の面積は 8 cm^2 だから、

$$8 : \triangle AFE = 7 : 5.$$

したがって、

$$\triangle AFE = 8 \cdot \frac{5}{7} = \frac{40}{7} \text{ cm}^2.$$

答え : $\frac{40}{7} \text{ cm}^2$