

2025 年度

青森県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

(1)

ア. 与式を計算すると

$$-7$$

答え：-7

イ.

$$5(36 - 6) = 5 \times 30 = 150$$

答え：150

ウ.

$$5x^2 - x + 2 - 3x^2 - x + 5 = 2x^2 - 2x + 7$$

答え： $2x^2 - 2x + 7$

エ.

$$\frac{12x^2y}{-2x \cdot 3y} = \frac{12x^2y}{-6xy} = -2x$$

答え： $-2x$

オ.

$$2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

答え： $5\sqrt{2}$

(2)

配った画用紙は全部で $9a + 8b$ 枚である。150 枚から配った枚数を引いたときに画用紙が余ったので、

$$150 - (9a + 8b) > 0$$

である。したがって、

$$9a + 8b < 150$$

答え： $9a + 8b < 150$

(3)

各階級の度数は

$$3, 11, 12, 4$$

であり、合計は

$$3 + 11 + 12 + 4 = 30$$

個である。したがって、7 g 以上 9 g 未満の相対度数は

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0.40$$

答え：0.40

(4)

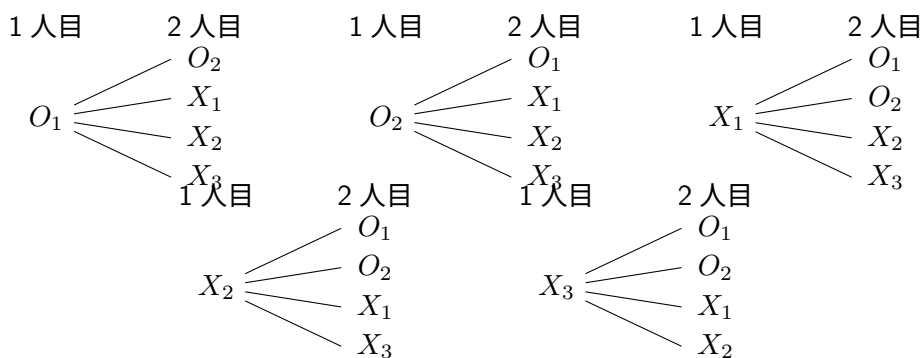
解の公式より、

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

答え： $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

(5)

2本の当たりを O_1, O_2 、3本のはずれを X_1, X_2, X_3 とする。2人が順に1本ずつ引く場合を、1人目の結果ごとに整理すると次のようになる。



くじの引き方は全部で

$$5 \times 4 = 20$$

通りである。そのうち、2人とも当たりとなるのは

$$(O_1, O_2), (O_2, O_1)$$

の2通りである。したがって、

$$\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

答え： $\frac{1}{10}$

(6)

問題図より、 $\angle BDC = 90^\circ$ 、 $\angle BCD = 44^\circ$ なので、

$$\angle DBC = 180^\circ - (90^\circ + 44^\circ) = 46^\circ$$

また、 $\angle AEB = 90^\circ$ であるから、

$$\angle BAE = 180^\circ - (90^\circ + 46^\circ) = 44^\circ$$

したがって、 $\angle DAE = \angle DCE$ となる。点 A, C は直線 DE に対して同じ側にあるので、円周角の定理の逆より、 A, D, E, C は同一円周上にある。

さらに、三角形 BED は $BD = BE$ の二等辺三角形なので、

$$\angle BED = \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 67^\circ$$

よって、

$$\angle DEA = 90^\circ - 67^\circ = 23^\circ$$

弦 DA に対する円周角は等しいから、

$$x = \angle DEA = 23^\circ$$

答え： 23°

(7)

- ア. 硬貨を 1 回投げたとき、表が出る確率は $\frac{1}{2}$ である。ただし、実際に 3 回投げたときに表が 3 回出ることもある。したがって、この記述は正しい。
- イ. 表が出る確率も裏が出る確率も $\frac{1}{2}$ であるが、20 回投げたときに、表と裏が必ず 10 回ずつ出るとは限らない。したがって、この記述は適切でない。
- ウ. 硬貨を投げる回数を多くすると、表と裏の出る回数はおおよそ等しくなる。したがって、この記述は正しい。
- エ. 投げる回数が多いほど、表の相対度数のばらつきは小さくなり、理論上の確率

$$\frac{1}{2} = 0.5$$

に近づく。したがって、この記述は正しい。

答え：イ

(8)

グラフは原点を通る直線なので、式を

$$y = ax$$

とおく。点 $(30, 24)$ を通るから、

$$24 = 30a$$

より、

$$a = \frac{4}{5}$$

したがって、

$$y = \frac{4}{5}x$$

である。 $y = 18$ を代入すると、

$$18 = \frac{4}{5}x$$

$$x = 18 \times \frac{5}{4} = \frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$ 分は 30 秒なので、

答え：家を出発してから 22 分 30 秒後

大問 2

(1)

線分 AB を引き、その垂直二等分線を作図する。この垂直二等分線と直線 l との交点を O とする。

点 O は線分 AB の垂直二等分線上にあるので、

$$OA = OB$$

である。したがって、 O を中心として半径 OA の円をかけば、その円周上に A, B がある。

(2)

4 すみの数のうち、最も小さい自然数を n とする。カレンダーでは、横に 1 進むと 1 大きくなり、縦に 1 進むと 7 大きくなるので、残りの 3 つの自然数は小さい順に

$$n + 1, \quad n + 14, \quad n + 15$$

と表せる。

したがって、

$$\text{あ} = n + 1, \quad \text{い} = n + 14, \quad \text{う} = n + 15$$

斜めの関係にある 2 つの数の積を

$$P = (n + 1)(n + 14), \quad Q = n(n + 15)$$

とすると、

$$\begin{aligned} P - Q &= (n + 1)(n + 14) - n(n + 15) \\ &= (n^2 + 15n + 14) - (n^2 + 15n) \\ &= 14 \end{aligned}$$

である。よって、

$$\text{え} = n^2 + 15n$$

となる。

答え：あ： $n + 1$ 、い： $n + 14$ 、う： $n + 15$ 、え： $n^2 + 15n$

大問 3

(1) ア

三角形 AFE と三角形 DEB において、仮定より

$$\angle FAE = \angle EDB$$

である。

また、 $AE \parallel BD$ より錯角が等しいので、

$$\angle AEF = \angle DBE$$

である。

2 組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle AFE \sim \triangle DEB$$

(1) イ (ア)

(1) アより、

$$\triangle AFE \sim \triangle DEB$$

である。対応する辺の比は等しいので、

$$AF : DE = AE : DB$$

問題図の長さを代入すると、

$$AF : 6 = 6 : 9 = 2 : 3$$

したがって、

$$3AF = 12$$

$$AF = 4 \text{ cm}$$

答え：4 cm

(1) イ (イ)

$AE \parallel BD$ より錯角が等しいので、

$$\angle AEB = \angle EBG$$

また、仮定より、

$$\angle AEB = \angle BEG$$

である。したがって、

$$\angle EBG = \angle BEG$$

となり、三角形 BGE は $BG = GE$ の二等辺三角形である。

$CG = x \text{ cm}$ とおく。 $BD = 9 \text{ cm}$ 、 $CD = 6 \text{ cm}$ より、

$$BC = BD - CD = 3 \text{ cm}$$

なので、

$$BG = 3 + x$$

である。また、 $BG = GE$ より、

$$GE = 3 + x$$

さらに、

$$GD = 6 - x$$

である。

直角三角形 EGD で三平方の定理を用いると、

$$(3 + x)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 - 12x + 36 + 36$$

$$18x = 63$$

$$x = \frac{7}{2}$$

これは $0 < x < 6$ を満たす。

$$\text{答え：} CG = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

(2) ア

問題図より、 $AD \perp AB$ 、 $AD \perp DE$ である。したがって、 AD と垂直な面は

面 ABC , 面 DEF

である。

答え：面 ABC 、面 DEF

(2) イ

三角形 ABC で、点 B から AC に垂線を下ろし、その足を H とする。

三平方の定理より、

$$AC = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5} \text{ cm}$$

である。

三角形 ABC の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25 \text{ cm}^2$$

一方、底辺を AC 、高さを BH とすると、

$$\frac{1}{2} \times 5\sqrt{5} \times BH = 25$$

したがって、

$$BH = \frac{50}{5\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

長方形 $ADFC$ より、

$$DF = AC = 5\sqrt{5} \text{ cm}$$

また、対角線 AF について、

$$AF = \sqrt{10^2 + (5\sqrt{5})^2} = 15 \text{ cm}$$

点 P から AF に垂線を下ろし、その足を Q とする。 $BH \perp AC$ かつ $BH \perp$ 面 $ADFC$ 、また $BE \parallel AD$ であることから、

$$PQ = BH = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

となる。

したがって、三角形 PAF の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 15 \times 2\sqrt{5} = 15\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

答え： $15\sqrt{5} \text{ cm}^2$

大問 4

(1)

点 A の x 座標は -6 であり、放物線は

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

だから、

$$y = \frac{1}{4}(-6)^2 = 9$$

よって、 $A(-6, 9)$ である。

問題図で、 x の変域は $-6 \leq x \leq 2$ である。この区間には頂点 $O(0, 0)$ が含まれるので、 y の最小値は 0 である。また、両端での値を比べると、

$$x = -6 \text{ のとき } y = 9, \quad x = 2 \text{ のとき } y = 1$$

だから、最大値は 9 である。

答え： $0 \leq y \leq 9$

(2)

点 A は

$$A(-6, 9)$$

である。また、点 B は放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上にあり、 $x = 2$ なので、

$$y = \frac{1}{4} \cdot 2^2 = 1$$

よって、

$$B(2, 1)$$

である。

直線 AB の式を $y = ax + b$ とおくと、 $A(-6, 9)$ 、 $B(2, 1)$ を通るので、

$$\begin{cases} 9 = -6a + b \\ 1 = 2a + b \end{cases}$$

となる。2 式を引くと、

$$8 = -8a$$

より、

$$a = -1$$

である。これを $1 = 2a + b$ に代入すると、

$$1 = -2 + b$$

より、 $b = 3$ 。したがって、

$$y = -x + 3$$

である。

直線 AB と y 軸との交点を R とすると、

$$R(0, 3)$$

である。したがって、

$$\begin{aligned}\triangle AOB &= \triangle AOR + \triangle ROB \\ &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \\ &= 9 + 3 \\ &= 12\end{aligned}$$

答え：12 cm²

(3) ア

$t = -4$ のとき、点 P は放物線

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

上にあるので、

$$P\left(-4, \frac{1}{4}(-4)^2\right) = (-4, 4)$$

である。

また、点 B は $B(2, 1)$ であるから、直線②の傾きは

$$\frac{1 - 4}{2 - (-4)} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

となる。

答え： $-\frac{1}{2}$

(3) イ

点 P の x 座標を t とすると、

$$P\left(t, \frac{1}{4}t^2\right)$$

である。また、点 B は $B(2, 1)$ なので、直線②の傾きは

$$\frac{1 - \frac{1}{4}t^2}{2 - t} = \frac{4 - t^2}{4(2 - t)} = \frac{(2 - t)(2 + t)}{4(2 - t)} = \frac{t + 2}{4}$$

である。

直線②の式を、点 $B(2, 1)$ を用いて表すと、

$$y - 1 = \frac{t + 2}{4}(x - 2)$$

となる。点 Q は x 軸上にあるので、 $y = 0$ を代入すると、

$$\begin{aligned}-1 &= \frac{t + 2}{4}(x_Q - 2) \\ x_Q &= 2 - \frac{4}{t + 2} = \frac{2t}{t + 2}\end{aligned}$$

である。

点 H の座標は $H(t, 0)$ なので、図の位置関係より

$$QH = x_Q - t = \frac{2t}{t+2} - t = -\frac{t^2}{t+2}$$

となる。一方、

$$PH = \frac{1}{4}t^2$$

である。

条件 $QH = 4PH$ より、

$$-\frac{t^2}{t+2} = 4 \cdot \frac{1}{4}t^2 = t^2$$

である。点 P は点 B と異なるので $t \neq 0$ 。両辺を t^2 で割ると、

$$-\frac{1}{t+2} = 1$$

$$t+2 = -1$$

$$t = -3$$

となる。

答え： $t = -3$

大問 5

(1)

図 1 の計算では、

$$5^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2$$

から次の式へ変形するときに、右辺のかっこの前にあるマイナスを、かっこ内の各項に正しく分配していない。

正しくは、

$$\begin{aligned} 25 - x^2 &= 49 - (x^2 - 12x + 36) \\ &= 49 - x^2 + 12x - 36 \end{aligned}$$

である。したがって、

$$25 = 13 + 12x$$

$$12x = 12$$

$$x = 1$$

より、

$$BH = 1 \text{ cm}$$

となる。

直角三角形 ABH で三平方の定理を用いると、

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

答え： $AH = 2\sqrt{6} \text{ cm}$

(2) ア

三角形 ABC の底辺を 14 cm、高さを 12 cm とすると、

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84$$

である。素因数分解すると、

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

答え： $2^2 \times 3 \times 7$

(2) イ

問題図で、

$$BH = x, \quad HC = y$$

とすると、

$$x + y = 14$$

である。

三平方の定理より、

$$AH^2 = 13^2 - x^2$$

また、

$$AH^2 = 15^2 - y^2$$

なので、

$$13^2 - x^2 = 15^2 - y^2$$

$$x^2 - y^2 = 13^2 - 15^2$$

$$(x + y)(x - y) = (13 + 15)(13 - 15)$$

$$14(x - y) = -56$$

したがって、

$$x - y = -4$$

答え： $x - y = -4$

(2) ウ

三角形 ABC の内角の和より、

$$\angle BAC = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

である。

弧 BC に対する円周角と中心角の関係より、

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 120^\circ$$

点 O から BC に垂線を下ろし、その足を H とする。三角形 OBC は $OB = OC = 2$ cm の二等辺三角形なので、

$$\angle BOH = \angle COH = 60^\circ$$

である。直角三角形 OBH は 30° - 60° - 90° の三角形だから、

$$BH = \sqrt{3} \text{ cm}$$

よって、

$$BC = 2BH = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

答え： $2\sqrt{3}$ cm

(2) エ

点 B から AC に垂線を下ろし、その足を I とする。

三角形 IBC では、

$$\angle IBC = 180^\circ - (45^\circ + 90^\circ) = 45^\circ$$

なので、 $\triangle IBC$ は直角二等辺三角形である。したがって、

$$IB = IC$$

である。

また、

$$\angle ABI = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

だから、

$$\angle BAI = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

となる。よって、 $\triangle ABI$ は 30° 、 60° 、 90° の直角三角形である。

円の半径は 2 cm なので、円周角と中心角の関係から

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 120^\circ$$

である。したがって、弦 BC の長さは

$$BC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

となる。

$\triangle IBC$ は直角二等辺三角形なので、

$$IB : IC : BC = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

である。よって、

$$IB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} \text{ cm}$$

また、

$$IC = \sqrt{6} \text{ cm}$$

である。

$\triangle ABI$ では、

$$AI : IB : AB = 1 : \sqrt{3} : 2$$

だから、

$$AI = \frac{IB}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} \text{ cm}$$

となる。

したがって、

$$AC = AI + IC = \sqrt{2} + \sqrt{6}$$

であり、三角形 ABC の面積は、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BI &= \frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6} \\ &= \frac{1}{2}(2\sqrt{3} + 6) \\ &= 3 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

である。

答え： $3 + \sqrt{3} \text{ cm}^2$