

2025年度

福島県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

(1)

① 与式を計算すると

$$28$$

答え：28

②

$$\frac{-1+2}{6} = \frac{1}{6}$$

答え： $\frac{1}{6}$

③

$$-8a^3 \times 2b = -16a^3b$$

答え： $-16a^3b$

④

$$2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

答え： $3\sqrt{3}$

(2)

多角形の外角の和は 360° である。したがって、正五角形の 1 つの外角の大きさは

$$360^\circ \div 5 = 72^\circ$$

答え： 72°

大問 2

(1)

80 円の鉛筆を a 本買ったときの代金は $80a$ 円である。500 円玉 1 枚を出したときのおつりは

$$500 - 80a$$

円となる。

答え：500 - 80 a 円

(2)

一次関数を $y = ax + b$ とおく。一次関数では傾きと変化の割合が等しいので、 $a = 2$ である。したがって

$$y = 2x + b$$

であり、 $x = -3$, $y = 7$ を代入すると

$$7 = 2 \times (-3) + b$$

より、 $b = 13$ である。

答え： $y = 2x + 13$

(3)

$$x^2 - 3x - 10 = (x + 2)(x - 5)$$

答え： $(x + 2)(x - 5)$

(4)

半径 3 cm の球の体積は

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$

である。円錐の高さを h cm とすると、その体積は

$$\frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times \pi \times h = 12\pi h \text{ cm}^3$$

である。体積が等しいので

$$36\pi = 12\pi h$$

より、 $h = 3$ 。

答え：3 cm

(5)

ア 範囲は「最大値－最小値」である。箱ひげ図から、範囲が最も大きいのは 12 月なので誤り。

イ 四分位範囲は「第 3 四分位数－第 1 四分位数」であり、箱の長さに対応する。最も大きいのは 6 月なので誤り。

ウ 各月の生徒の具体的な点数は箱ひげ図からは分からないため、判断できない。

エ 6 月の第 3 四分位数は 40 点より大きい。したがって、上位 25 %にあたる少なくとも 8 人が 40 点以上であるので正しい。

答え：エ

大問 3

(1)

1 回目にカードを取る方法は 5 通り、2 回目は残り 4 枚から取るので 4 通りである。したがって、取り出し方は

$$5 \times 4 = 20 \text{通り}$$

である。

①

$$ab + a = a(b + 1) = 3$$

より、

$$(a, b + 1) = (1, 3), (3, 1)$$

なので

$$(a, b) = (1, 2), (3, 0)$$

の 2 通りである。

答え：2 通り

② $ab + a = a(b + 1)$ が偶数となる場合を考える。

a が偶数のときは、 b の値にかかわらず偶数になる。 $a = 0, 2, 4$ の 3 通りで、それぞれ b は 4 通りあるから、 $3 \times 4 = 12$ 通り。

a が奇数のときは、 $b + 1$ が偶数、つまり b が奇数であればよい。該当するのは $(a, b) = (1, 3), (3, 1)$ の 2 通り。

したがって有利な場合は

$$12 + 2 = 14 \text{通り}$$

なので

$$\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

答え： $\frac{7}{10}$

(2)

① 図 1 の 4 番目の周の長さは

$$1 \times 14 + 2 \times 2 = 18 \text{ cm}$$

図 2 の 4 番目の周の長さは

$$0.5 \times 6 + 1 \times 9 + 4 \times 1 = 16 \text{ cm}$$

したがって、その差は

$$18 - 16 = 2 \text{ cm}$$

答え：2 cm

② 図 1 の周の長さは、1 番目から順に

$$6, 10, 14, 18, \dots$$

と 4 cm ずつ増えるので、 n 番目は

$$K = 4n + 2$$

である。

図 2 の周の長さは

$$4, 8, 12, 16, \dots$$

と 4 cm ずつ増えるので、 n 番目は

$$L = 4n$$

である。よって

$$K - L = (4n + 2) - 4n = 2$$

となり、差は常に一定である。

答え：イ

大問 4

高速道路を走る時間を x 時間、ふつうの道路を走る時間を y 時間とする。

自宅から目的地に着くまでの時間は全体で 3.5 時間だから、

$$x + y = 3.5 \quad (1)$$

となる。

また、高速道路では時速 90 km、ふつうの道路では時速 40 km で走るの、それぞれの道のりは $90x$ km、 $40y$ km である。道のりの合計が 280 km だから、

$$90x + 40y = 280 \quad (2)$$

となる。

(1) を 40 倍すると、

$$40x + 40y = 140 \quad (3)$$

である。

(2) から (3) を辺々引くと、

$$\begin{aligned} (90x + 40y) - (40x + 40y) &= 280 - 140 \\ 50x &= 140 \\ x &= \frac{140}{50} \\ &= 2.8 \end{aligned}$$

となる。

$x = 2.8$ を (1) に代入すると、

$$\begin{aligned} 2.8 + y &= 3.5 \\ y &= 3.5 - 2.8 \\ &= 0.7 \end{aligned}$$

である。

確認すると、

$$90 \times 2.8 + 40 \times 0.7 = 252 + 28 = 280$$

となり、道のりの合計は問題の条件と一致する。

答え：高速道路：2.8 時間、ふつうの道路：0.7 時間

大問 5

(1)

証明中の $\angle OBF = \angle ODE$ は、 $AD \parallel BC$ における錯角が等しいことによる。また、 $\triangle OBF$ と $\triangle ODE$ では

$$OB = OD, \quad \angle BOF = \angle DOE, \quad \angle OBF = \angle ODE$$

であるから、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを用いて合同を示している。

答え：エ

(2)

$\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において、平行四辺形の向かい合う辺は等しいから

$$AB = CD \tag{5}$$

また、平行四辺形の向かい合う辺は等しいので

$$AD = BC \tag{6}$$

である。

E は辺 AD 上、 F は辺 BC 上にあるから

$$AE = AD - DE, \quad CF = BC - BF$$

である。④、⑥より $DE = BF$, $AD = BC$ だから

$$AE = CF \tag{7}$$

となる。

さらに、 $AB \parallel CD$ 、 $AD \parallel BC$ であるから、平行線のつくる角は等しく

$$\angle BAE = \angle DCF \tag{8}$$

である。

⑤、⑦、⑧より、2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$

大問 6

(1)

点 A は関数 $y = -x^2$ のグラフ上にあり、 x 座標は -2 であるから

$$y = -(-2)^2 = -4$$

となる。

答え： -4

(2)

線分 AB は x 軸に平行なので、A と B の y 座標は等しい。関数 $y = -x^2$ のグラフは y 軸について対称であるから

$$A(-2, -4), \quad B(2, -4)$$

である。

したがって、O と B を通る直線 ℓ の式は

$$y = -2x$$

となる。

① $t = -3$ のとき、点 C は

$$C(-3, -9)$$

である。C を通り x 軸に平行な直線上では $y = -9$ であるから、点 D について

$$-9 = -2x$$

となる。したがって

$$x = \frac{9}{2}$$

である。

答え： $\frac{9}{2}$

② 点 C を

$$C(t, -t^2)$$

とする。D は直線 $\ell: y = -2x$ 上にあり、C と同じ y 座標をもつので

$$-t^2 = -2x$$

より

$$D\left(\frac{t^2}{2}, -t^2\right)$$

である。したがって

$$CD = \frac{t^2}{2} - t$$

となる。

$\triangle OAB$ の底辺を AB とすると

$$AB = 4$$

で、高さは 4 だから

$$\triangle OAB \text{の面積} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

である。

点 E は線分 OD 上にあり、 $DE = \sqrt{5}$ である。直線 OD の傾きは -2 なので、 D から E までの x 座標の差を u とすると、 y 座標の差は $2u$ である。三平方の定理より

$$u^2 + (2u)^2 = (\sqrt{5})^2$$

したがって $5u^2 = 5$ から $u = 1$ となる。よって、点 E と直線 CD との距離、すなわち $\triangle CDE$ の高さは 2 である。

したがって

$$\triangle CDE \text{の面積} = \frac{1}{2} \left(\frac{t^2}{2} - t \right) \times 2 = \frac{t^2}{2} - t$$

である。これが 8 に等しいから

$$\frac{t^2}{2} - t = 8$$

両辺を 2 倍して

$$t^2 - 2t - 16 = 0$$

となる。解の公式より

$$t = 1 \pm \sqrt{17}$$

である。 $t < -2$ だから

$$t = 1 - \sqrt{17}$$

となる。

答え： $1 - \sqrt{17}$

大問 7

(1)

三角柱の側面 ABED は長方形なので、 $AB \perp BE$ である。点 P は辺 BE 上にあり、 $AP = AD = 8$ cm だから、 $\triangle ABP$ は P を直角とする直角三角形である。三平方の定理より

$$\begin{aligned} BP^2 &= AP^2 - AB^2 \\ &= 8^2 - (2\sqrt{7})^2 \\ &= 64 - 28 = 36 \end{aligned}$$

したがって

$$BP = 6$$

である。

答え：6 cm

(2)

① 三角柱の側面 BCEF は長方形であるから

$$BC = EF = 6, \quad BE = CF = 8$$

である。(1) より $BP = 6$ なので

$$BP = BC$$

となる。また、 $BP \perp BC$ だから、 $\triangle BCP$ は直角二等辺三角形である。したがって

$$\angle BCP = 45^\circ$$

である。

Q は線分 CP 上にあるので

$$\angle BCQ = 45^\circ$$

である。また、 $BC \perp CF$ だから

$$\angle QCF = 45^\circ$$

となる。

条件より $QC = QF$ であるから、 $\triangle QCF$ は二等辺三角形であり

$$\angle QCF = \angle QFC = 45^\circ$$

である。したがって

$$\angle CQF = 90^\circ$$

なので、 $\triangle QCF$ は Q を直角とする直角二等辺三角形である。

$CF = 8$ cm はその斜辺だから

$$QC = QF = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

である。Q から EF に下ろした垂線の長さは 4 cm となるので

$$\triangle QEF \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

である。

答え：12 cm²

② 四角形 EFQP は側面 BCEF 上にある。 $PE = BE - BP = 8 - 6 = 2$ cm であり、(2) ①より、Q から EF までの距離は 4 cm である。したがって、台形 EFCP から $\triangle QFC$ を除くと

$$\begin{aligned} \text{四角形 EFQP の面積} &= \frac{(PE + CF) \times EF}{2} - \frac{1}{2} \times CF \times 4 \\ &= \frac{(2 + 8) \times 6}{2} - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \\ &= 30 - 16 \\ &= 14 \end{aligned}$$

となる。

次に、D から EF に垂線を下ろし、その足を D' とする。三角柱の底面と側面 BCEF は垂直であるから、 DD' は四角形 EFQP を底面とする四角錐の高さである。

$ED' = x$ cm とすると、 $\triangle DED'$ と $\triangle DFD'$ は直角三角形なので

$$DD'^2 + x^2 = (2\sqrt{7})^2 \quad (1)$$

$$DD'^2 + (6 - x)^2 = 4^2 \quad (2)$$

である。(1) から (2) を引くと

$$x^2 - (6 - x)^2 = 28 - 16$$

$$12x - 36 = 12$$

より

$$x = 4$$

となる。したがって

$$DD' = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 - 4^2} = \sqrt{28 - 16} = 2\sqrt{3}$$

である。

求める四角錐の体積は

$$\frac{1}{3} \times 14 \times 2\sqrt{3} = \frac{28\sqrt{3}}{3}$$

である。

答え： $\frac{28\sqrt{3}}{3}$ cm³