

2025 年度 宮城県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

第一問

1

$$5 + 4 = 9$$

答え：9

2

$$6 \times \left(-\frac{7}{2}\right) = -21$$

答え：-21

3

$$4a^2 \times 5b = 20a^2b$$

答え： $20a^2b$

4

$$a + 7b - 3 = 0$$

より、

$$7b = -a + 3$$

したがって、

$$b = \frac{-a + 3}{7} = -\frac{1}{7}a + \frac{3}{7}$$

答え： $b = -\frac{1}{7}a + \frac{3}{7}$

5

分母を有理化して計算する。

$$\frac{15}{\sqrt{3}} + 3\sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

答え： $8\sqrt{3}$

6

関数を $y = ax^2$ とする。 $x = 6$, $y = -9$ を代入すると、

$$-9 = 36a$$

より、

$$a = -\frac{1}{4}$$

したがって、

$$y = -\frac{1}{4}x^2$$

答え： $y = -\frac{1}{4}x^2$

7

各選択肢を確かめる。

ア

$\angle COB = 90^\circ$ であるから、 $\angle COB$ の二等分線と弧 BC との交点を P とすると、

$$\angle POB = 45^\circ$$

となる。したがって正しい。

イ

三角形 AOC では、 $\angle AOC = 90^\circ$ 、また $OA = OC$ であるから、直角二等辺三角形である。よって、

$$\angle CAO = 45^\circ$$

である。

$\angle CAB$ の二等分線と弧 BC との交点を P とすると、

$$\angle CAP = \angle PAO = 22.5^\circ$$

である。また、 $OA = OP$ だから、

$$\angle OAP = \angle OPA = 22.5^\circ$$

となる。三角形 AOP の外角より、

$$\angle POB = 22.5^\circ + 22.5^\circ = 45^\circ$$

したがって正しい。

ウ

三角形 COB では、 $\angle COB = 90^\circ$ 、また $OC = OB$ であるから、直角二等辺三角形である。二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺に垂直なので、問題図の条件を満たす直線 OP は $\angle COB$ を二等分する。したがって、

$$\angle POB = 45^\circ$$

となり、正しい。

エ

OC の垂直二等分線と OC との交点を Q とする。 $OQ = 1$ とすると、 $OQ = QC$ より $OC = 2$ 。また、 $OC = OB$ だから $OB = 2$ 。

三角形 QOP は直角三角形なので、三平方の定理より、

$$PQ = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

したがって、三角形 QOP は辺の比が $1 : \sqrt{3} : 2$ の直角三角形であり、

$$\angle QOP = 60^\circ$$

である。よって、

$$\angle POB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

となり、 45° ではない。

以上より、正しくないものはエである。

答え：エ

8

A 組の累積相対度数は、

$$\frac{16}{25} = 0.64$$

B 組の累積相対度数は、

$$\frac{18}{30} = 0.60$$

したがって、18.0 秒以上 20.0 秒未満の階級までの累積相対度数が大きいのは A 組で、その累積相対度数は 0.64 である。

答え：A 組、0.64

第二問

1

(1)

最初の数を 1 とすると、

$$1 + 2 = 3, \quad 1 - 6 = -5$$

したがって、

$$3 \times (-5) = -15$$

さらに 12 をひくと、

$$-15 - 12 = -27$$

答え：-27

(2)

最初の整数を x とする。2 つの経路で得られる数は、それぞれ

$$x + 2, \quad x - 6$$

である。これらをかけ、さらに 12 をひいた数がもとの数 x と等しいので、

$$x = (x + 2)(x - 6) - 12$$

$$x = x^2 - 4x - 24$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x + 3)(x - 8) = 0$$

したがって、

$$x = -3, 8$$

どちらも整数であり、問題の条件に適する。

答え： $x = -3, 8$

2

(1)

点 A は直線 $y = \frac{3}{2}x$ 上にあり、 $x = 4$ だから、

$$y = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6$$

答え：6

(2)

点 B は $y = \frac{a}{x}$ 上にあり、 $x = 4$ だから、

$$B\left(4, \frac{a}{4}\right)$$

である。

点 C は直線 $y = \frac{3}{2}x$ 上にあり、 y 座標は点 B と等しい。したがって、

$$\frac{a}{4} = \frac{3}{2}x$$

より、

$$x = \frac{a}{6}$$

だから、

$$C\left(\frac{a}{6}, \frac{a}{4}\right)$$

となる。

また、 $A(4, 6)$ 、 $D(4, 0)$ なので、

$$AD = 6$$

である。一方、

$$BC = 4 - \frac{a}{6}$$

である。 $AD = BC$ より、

$$6 = 4 - \frac{a}{6}$$

$$\frac{a}{6} = -2$$

$$a = -12$$

これは $a < 0$ を満たす。

答え： $a = -12$

3

(1)

三角錐 $ABCD$ と三角錐 $AEFG$ は相似で、相似比は

$$4 : 3$$

である。相似な立体の体積比は相似比の 3 乗に等しいから、

$$4^3 : 3^3 = 64 : 27$$

答え： $64 : 27$

(2)

問題図より、面 $BCD \parallel$ 面 EFG である。

三角形 ABD と三角形 AEG において、 $BD \parallel EG$ より同位角が等しいので、

$$\angle ABD = \angle AEG, \quad \angle ADB = \angle AGE$$

したがって、

$$\triangle ABD \sim \triangle AEG$$

である。対応する辺の比より、

$$BD : EG = AB : AE = 4 : 3$$

また $BD = 4 \text{ cm}$ だから、

$$4 : EG = 4 : 3$$

よって、

$$EG = 3 \text{ cm}$$

同様に、三角形 ABC と三角形 AEF は相似であるから、

$$BC : EF = AB : AE = 4 : 3$$

$BC = 4 \text{ cm}$ より、

$$EF = 3 \text{ cm}$$

また、 $AE : EB = 3 : 1$ 、 $AB = 6 \text{ cm}$ だから、

$$EB = \frac{1}{3+1} \cdot 6 = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

面 $BCD \parallel$ 面 EFG 、かつ面 $BCD \perp AB$ であるから、

$$\text{面 } EFG \perp EB$$

である。また、 $\angle DBC = 90^\circ$ より、

$$\angle GEF = 90^\circ$$

である。したがって、三角錐 $BEFG$ は、底面を直角二等辺三角形 EFG 、高さを EB として求められる。

底面積は、

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{9}{2} \text{ cm}^2$$

したがって、体積は、

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \text{ cm}^3$$

$$\text{答え} : \frac{9}{4} \text{ cm}^3$$

4

(1)

円盤の数字の出方は 1, 2, 3, 4 の 4 通りである。

コマが D に止まるのは、次の 2 通りである。

円盤の数字が 3 C に止まり、マスの指示により D へ進む
円盤の数字が 4 D に止まる

したがって、求める確率は、

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

答え： $\frac{1}{2}$

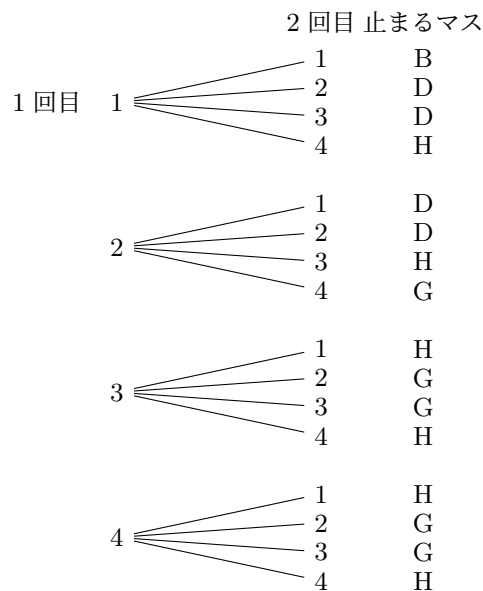
(2)

円盤を 2 回回したときの出方は、

$$4 \times 4 = 16$$

通りで、どれも同様に確からしい。

問題図の指示に従って整理すると、樹形図は次のようになる。枝の左側の数字は 2 回目に出た数字、右端の文字は 2 回動かした後に止まるマスを表す。



条件を満たすのは 6 通りである。なお、1 回目に 3 が出たときは、いったん C に止まったあとマスの指示で D に移り、2 回目は D から出発する。

したがって、求める確率は、

$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

答え： $\frac{3}{8}$

第三問

1

(1)

表の①の用途で a 回、②の用途で b 回使用するとき、ガスの消費量は、

$$50a + 15b$$

である。

答え： $50a + 15b$

(2)

240 g 入りのボンベが 6 本あるので、ガスの総量は、

$$240 \cdot 6 = 1440 \text{ g}$$

である。

①の用途で a 回、②の用途で b 回使用すると、

$$50a + 15b = 1440 \quad \cdots \text{①}$$

また、②の回数は①の回数の 2 倍だから、

$$b = 2a \quad \cdots \text{②}$$

②を①に代入すると、

$$50a + 15 \cdot 2a = 1440$$

$$80a = 1440$$

$$a = 18$$

答え：18 回

2

(1)

強火では 60 分間で 240 g のガスを消費するから、1 分あたりの消費量は、

$$240 \div 60 = 4 \text{ g}$$

である。20 分間では、

$$4 \cdot 20 = 80 \text{ g}$$

を消費するので、残るガスの量は、

$$240 - 80 = 160 \text{ g}$$

答え：160 g

(2) ア

強火を 40 分間使用すると、消費するガスの量は、

$$4 \cdot 40 = 160 \text{ g}$$

である。したがって、40 分後の残量は、

$$240 - 160 = 80 \text{ g}$$

となり、グラフは点 (40, 80) を通る。

弱火では 180 分間で 240 g を消費するので、1 分あたりの消費量は、

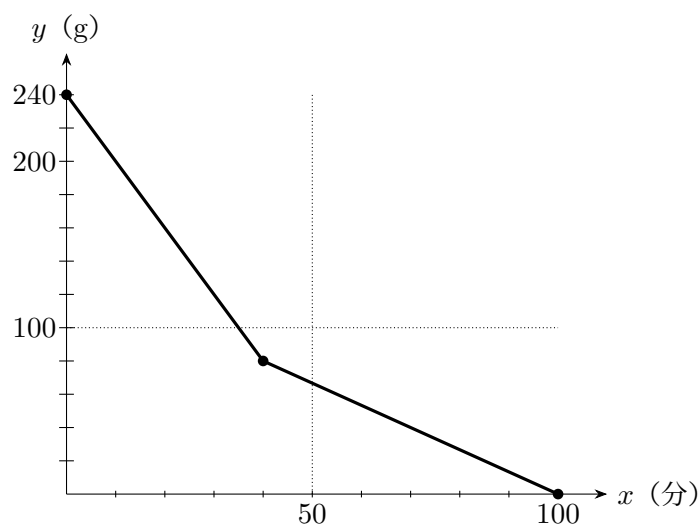
$$240 \div 180 = \frac{4}{3} \text{ g}$$

である。残り 80 g を使い切るまでの時間は、

$$80 \div \frac{4}{3} = 60 \text{ 分}$$

だから、弱火に変えて 60 分後、すなわち使用開始から 100 分後にガスがなくなる。

したがって、(0, 240)、(40, 80)、(100, 0) を順に直線で結ぶ。



答え：上のグラフの通り

(2) イ

強火だけで使う場合のグラフを①、40 分後に弱火へ変える場合のグラフを②とする。

①は (0, 240)、(80, 0) を通るから、

$$y = -3x + 240 \quad \cdots \textcircled{1}$$

である。

②の後半は (40, 80)、(100, 0) を通る。式を $y = mx + n$ とおくと、

$$m = \frac{0 - 80}{100 - 40} = -\frac{4}{3}$$

また、

$$80 = -\frac{4}{3} \cdot 40 + n$$

より、

$$n = \frac{400}{3}$$

したがって、

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{400}{3} \quad \dots \textcircled{2}$$

である。

2つのグラフの交点では、同じ時刻 x におけるカセットコンロ A、B のガスの残量 y が等しい。したがって、ボンベに残るガスの量は、2つのグラフの交点の y 座標で表される。

①、②の交点の y 座標を求めると、

$$-3x + 240 = -\frac{4}{3}x + \frac{400}{3}$$

これを解いて得られる x を①に代入すると、

$$y = 48$$

となる。

答え：交点の y 座標、48 g

第四問

1

$\angle ACB$ は直径 AB に対する円周角だから、

$$\angle ACB = 90^\circ$$

である。三角形 ABC で三平方の定理より、

$$AC = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11} \text{ cm}$$

答え： $\sqrt{11}$ cm

2

三角形 ABC と三角形 DAE において、線分 AB は円 O の直径だから、

$$\angle BCA = 90^\circ$$

また、仮定より、

$$\angle AED = 90^\circ$$

したがって、

$$\angle BCA = \angle AED \quad \dots \textcircled{1}$$

仮定より、弧 AC と弧 BD は等しい。1つの円において、等しい弧に対する円周角は等しいから、

$$\angle ABC = \angle DAE \quad \dots \textcircled{2}$$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle DAE$$

である。

3

三角形 ABC と三角形 BAD において、線分 AB は円 O の直径だから、

$$\angle BCA = \angle ADB = 90^\circ \quad \dots \textcircled{1}$$

第四問の2より $\triangle ABC \sim \triangle DAE$ なので、対応する角は等しく、

$$\angle ABC = \angle DAE$$

問題図より、 $\angle DAE = \angle BAD$ だから、

$$\angle ABC = \angle BAD \quad \dots \textcircled{2}$$

また、辺 AB は共通なので、

$$AB = BA \quad \dots \textcircled{3}$$

①、②、③より、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle BAD$$

である。したがって、

$$BC = AD = 5 \text{ cm}$$

また、第四問の2より $\triangle ABC \sim \triangle DAE$ だから、

$$AB : DA = BC : AE$$

よって、

$$6 : 5 = 5 : AE$$

$$6AE = 25$$

$$AE = \frac{25}{6} \text{ cm}$$

$$\text{答え} : AE = \frac{25}{6} \text{ cm}$$

4

$\angle FBD$ は直径 DF に対する円周角だから、

$$\angle FBD = 90^\circ$$

したがって、三角形 DFG の底辺を FG とすると、高さは BD である。

第四問の3より、

$$\triangle ABC \equiv \triangle BAD$$

なので、

$$AC = BD = \sqrt{11} \text{ cm}$$

次に、 FG を求める。

三角形 AED と三角形 BEG において、 $DG \perp AB$ より、

$$\angle AED = \angle BEG = 90^\circ \quad \dots \textcircled{1}$$

また、弧 BD に対する円周角は等しいので、

$$\angle DAE = \angle DFB$$

三角形 OFB は $OF = OB$ の二等辺三角形だから、

$$\angle DFB = \angle GBE$$

したがって、

$$\angle DAE = \angle GBE \quad \dots \textcircled{2}$$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle AED \sim \triangle BEG$$

ここで、 $AB = 6$ cm、 $AE = \frac{25}{6}$ cm より、

$$BE = 6 - \frac{25}{6} = \frac{11}{6} \text{ cm}$$

相似な三角形の対応する辺の比より、

$$AD : BG = AE : BE$$

すなわち、

$$5 : BG = 25 : 11$$

だから、

$$BG = \frac{11}{5} \text{ cm}$$

また、三角形 DFB で三平方の定理より、

$$FB = \sqrt{6^2 - (\sqrt{11})^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

したがって、

$$FG = FB - BG = 5 - \frac{11}{5} = \frac{14}{5} \text{ cm}$$

よって、三角形 DFG の面積は、

$$\frac{1}{2} \cdot FG \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{5} \cdot \sqrt{11} = \frac{7\sqrt{11}}{5} \text{ cm}^2$$

答え： $\frac{7\sqrt{11}}{5} \text{ cm}^2$