

2025年度

栃木県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1 大問 1

1

与式を計算すると、

$$-4 - 3 = -7$$

答え：-7

2

$$2025 = 81 \times 25 = 3^4 \times 5^2$$

したがって、アは4、イは2である。

答え：ア：4、イ：2

3

積が-15、和が2となる2数は5と-3であるから、

$$x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$$

答え： $(x + 5)(x - 3)$

4

データを小さい順に並べると、

$$7, 11, 16, 19, 20, 24$$

となる。第1四分位数は11、第3四分位数は20なので、

$$20 - 11 = 9$$

答え：9点

5

n 角形の内角の和は $180(n - 2)^\circ$ である。正十角形では、

$$180(10 - 2) = 1440^\circ$$

したがって、1つの内角の大きさは、

$$1440 \div 10 = 144^\circ$$

答え： 144°

6

問題図の直角三角形を辺 AC を軸として 1 回転させると、底面の半径が 5 cm、高さが 2 cm の円錐ができる。

$$\frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 2 = \frac{50}{3}\pi$$

答え： $\frac{50}{3}\pi \text{ cm}^3$

7

関数は $y = 2x^2$ で、 $-1 \leq x \leq 3$ である。最小値は $x = 0$ のときの 0、最大値は $x = 3$ のときの

$$2 \times 3^2 = 18$$

である。

答え： $0 \leq y \leq 18$

8

2 直線はともに右下がりなので、 a, c はいずれも負である。問題のグラフでは $y = ax + b$ の方が傾きが急だから、

$$|a| > |c|$$

であり、 a, c がともに負であることから $a < c$ となる。

また、 y 軸との交点は $y = ax + b$ の方が上にあるので、

$$b > d$$

したがって、該当する組はウである。

答え：ウ

2 大問 2

1

$$16 < 23 < 25$$

より、

$$4 < \sqrt{23} < 5$$

である。したがって、 $\sqrt{23}$ より小さい自然数は

$$1, 2, 3, 4$$

の 4 個である。

答え：4 個

2

売れたセット A の数を x 、セット B の数を y とする。ノートと鉛筆の本数から、

$$\begin{cases} 2x + 5y = 76 \\ 3x + 8y = 120 \end{cases}$$

となる。

1 つ目の式を 3 倍し、2 つ目の式を 2 倍すると、

$$6x + 15y = 228$$

$$6x + 16y = 240$$

よって、

$$y = 12$$

これを $2x + 5y = 76$ に代入すると、

$$2x + 5 \times 12 = 76$$

$$2x = 16, \quad x = 8$$

この解は問題に適している。

答え：セット A：8 セット、セット B：12 セット

3

表の並び方から、 a を用いて

$$b = a + 1, \quad c = a + 11, \quad d = a + 12$$

と表せる。したがって、

$$\begin{aligned}bc - ad &= (a + 1)(a + 11) - a(a + 12) \\&= a^2 + 12a + 11 - a^2 - 12a \\&= 11\end{aligned}$$

よって、 $bc - ad$ の値はつねに 11 となる。

答え：証明は上記の通り

3 大問 3

1

次の手順で作図する。

1. 直線 AB を引き、点 A を通って直線 AB に垂直な直線を作図する。
2. 点 A を中心、半径 AB の円をかく。
3. 1 で作図した直線と 2 の円との交点のうち、点 B を点 A のまわりに反時計回りに 90° 回転させた位置にある点を P とする。

答え：上記の作図による点 P

2 (1)

正方形 $EFGH$ と正方形 $ABCD$ の面積比は、

$$4 : 16 = 1 : 4$$

である。相似な図形では面積比は対応する長さの比の 2 乗だから、対応する長さの比は

$$1 : 2$$

である。

正四角錐 $OFGH$ と正四角錐 $OABCD$ は相似なので、高さの比も $1 : 2$ である。したがって体積比は、

$$1^2 \times 1 : 2^2 \times 2 = 1 : 8$$

答え： $1 : 8$

2 (2)

正四角錐 $OABCD$ の底面積は 16 cm^2 、表面積は 64 cm^2 である。4 つの側面は合同なので、1 つの側面 $\triangle OAB$ の面積は、

$$\frac{64 - 16}{4} = 12 \text{ cm}^2$$

底面の一辺は、

$$AB = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

である。

点 O から辺 AB に垂線を下ろし、その足を H とする。 $\triangle OAB$ は二等辺三角形なので $AH = 2 \text{ cm}$ であり、

$$12 = \frac{1}{2} \times 4 \times OH$$

から、

$$OH = 6 \text{ cm}$$

である。

また、点 O から底面 $ABCD$ に垂線を下ろし、その足を I とする。 I は正方形 $ABCD$ の中心なので、

$$HI = 2 \text{ cm}$$

である。直角三角形 OHI で三平方の定理を用いると、

$$OI = \sqrt{OH^2 - HI^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

答え： $4\sqrt{2} \text{ cm}$

3

$\triangle AEH$ と $\triangle BGE$ について考える。

正三角形 ABC より、

$$\angle EAH = \angle GBE = 60^\circ$$

である。

また、 $\angle HEB$ は $\triangle AEH$ の外角なので、

$$\angle HEB = \angle EAH + \angle AHE = 60^\circ + \angle AHE$$

一方、正三角形 DEF より、

$$\angle HEG = 60^\circ$$

だから、

$$\angle HEB = \angle HEG + \angle GEB = 60^\circ + \angle GEB$$

したがって、

$$\angle AHE = \angle GEB$$

となる。

以上より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle AEH \sim \triangle BGE$$

答え：証明は上記の通り

4 大問 4

1 (1)

品種 A について、糖度が 12.0 以上 12.5 未満までの累積度数は、

$$7 + 15 = 22$$

答え：22 個

1 (2)

品種 B では、30 個中 9 個が糖度 13.0 以上 13.5 未満である。したがって、500 個中の個数を x 個とすると、

$$\frac{x}{500} = \frac{9}{30}$$
$$x = 500 \times \frac{9}{30} = 150$$

答え：およそ 150 個

1 (3)

糖度が 13.0 以上の度数は、

$$\text{品種 A : } 12 + 2 = 14, \quad \text{品種 B : } 9 + 2 = 11$$

である。

しかし、度数の合計は品種 A が 50 個、品種 B が 30 個で異なる。割合を比べると、

$$\frac{14}{50} = 0.28, \quad \frac{11}{30} = 0.366\ldots$$

となり、品種 B の方が大きい。したがって、度数だけを比べることは適切ではない。

答え：標本数が異なるため。割合では品種 B の方が大きい

2

2 個のさいころの出方を、(大きいさいころの目, 小さいさいころの目) と表す。出方は全部で

$$6 \times 6 = 36$$

通りである。

点 P は頂点 A から反時計回りに進むので、出た目の和を 4 で割った余りが

$$0, 1, 2, 3$$

のとき、止まる頂点はそれぞれ

A, B, C, D

となる。

各頂点に止まる出方をすべて列挙すると、次の通りである。

$A : (1, 3), (2, 2), (3, 1),$ $(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2),$ $(6, 6)$	の 9 通り
$B : (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1),$ $(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)$	の 8 通り
$C : (1, 1),$ $(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1),$ $(4, 6), (5, 5), (6, 4)$	の 9 通り
$D : (1, 2), (2, 1),$ $(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1),$ $(5, 6), (6, 5)$	の 10 通り

したがって、最も場合の数が多いのは頂点 D である。その確率は、

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

答え：頂点 D 、 $\frac{5}{18}$

5 大問 5

1 (1)

①の $y = ax^2$ は、 $x < 0$ の範囲では x が増加すると y は減少する。②の $y = -\frac{9}{x}$ は、 $x < 0$ の範囲では x が増加すると y も増加する。

したがって該当するのは②だけである。

答え：ウ

1 (2)

$y = ax^2$ で、 x が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は、

$$\frac{9a - a}{3 - 1} = 4a$$

である。

一方、 $y = -\frac{9}{x}$ では、

$$x = 1 \text{ のとき } y = -9, \quad x = 3 \text{ のとき } y = -3$$

だから、変化の割合は、

$$\frac{-3 - (-9)}{3 - 1} = 3$$

よって、

$$4a = 3$$

$$a = \frac{3}{4}$$

答え： $\frac{3}{4}$

1 (3)

$a = 1$ のとき、

$$A = (-1, 1), \quad B = (-1, 9)$$

である。したがって、直径 AB の中点、すなわち円の中心を O とすると、

$$O = (-1, 5), \quad OA = 4$$

である。

O から y 軸に垂線を下ろし、その足を H とする。円と y 軸との交点を C, D とすると、

$$OH = 1, \quad OC = OD = 4$$

である。直角三角形 OHC で、

$$HC = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$$

したがって、交点の y 座標は、

$$5 - \sqrt{15}, \quad 5 + \sqrt{15}$$

$$\text{答え：} 5 - \sqrt{15}, 5 + \sqrt{15}$$

2 (1)

問題のグラフでは、排水を始めてから 5 分後に水面の下がり方が変わっている。これは水面がブロックの上面に達したためである。5 分後の水面の高さは 30 cm なので、

$$\text{答え：} 30 \text{ cm}$$

2 (2)

5 分後から 10 分後までのグラフは、 $(5, 30)$ と $(10, 0)$ を通る直線である。式を $y = ax + b$ とすると、

$$\begin{cases} 30 = 5a + b \\ 0 = 10a + b \end{cases}$$

これを解いて、

$$a = -6, \quad b = 60$$

したがって、

$$\text{答え：} y = -6x + 60 \quad (5 \leq x \leq 10)$$

2 (3)

1 回目の排水では、排水開始から 5 分後までのグラフは

$$(0, 40), (5, 30)$$

を通る。この部分の傾きは、

$$\frac{30 - 40}{5 - 0} = -2$$

なので、直線の式は

$$y = -2x + 40$$

である。

ブロックの向きを変えた 2 回目も、水面がブロックの上面より高い間は、ブロック全体が水中にあり、水面が下がる速さは 1 回目と同じである。したがって、2 回目のグラフも、はじめは

$$y = -2x + 40$$

の直線上を進む。

2 回目の排水開始から 5 分後の水面は、1 回目の 5 分後の水面より 4 cm 低い。1 回目の 5 分後は 30 cm だから、2 回目の 5 分後は

$$30 - 4 = 26 \text{ cm}$$

である。よって、2 回目のグラフは点 $(5, 26)$ を通る。

また、排水量は 1 回目と同じであり、10 分後に水がなくなるので、2 回目のグラフの後半は点 $(10, 0)$ も通る。この後半の直線の傾きは、

$$\frac{0 - 26}{10 - 5} = -\frac{26}{5}$$

である。したがって、その式を $y = -\frac{26}{5}x + b$ とすると、

$$26 = -\frac{26}{5} \times 5 + b$$

より $b = 52$ であるから、

$$y = -\frac{26}{5}x + 52$$

となる。

2 回目の排水で水面の下がり方が変わるのは、水面が、向きを変えたブロックの上面に達したときである。このときの水面の高さが AB の長さに等しい。

したがって、2 本の直線

$$y = -2x + 40, \quad y = -\frac{26}{5}x + 52$$

の交点の y 座標を求めればよい。

$$-2x + 40 = -\frac{26}{5}x + 52$$

両辺を 5 倍して整理すると、

$$-10x + 200 = -26x + 260$$

$$16x = 60, \quad x = \frac{15}{4}$$

このとき、

$$y = -2 \times \frac{15}{4} + 40 = -\frac{15}{2} + \frac{80}{2} = \frac{65}{2}$$

である。

答え： $\frac{65}{2}$ cm

6 大問 6

1

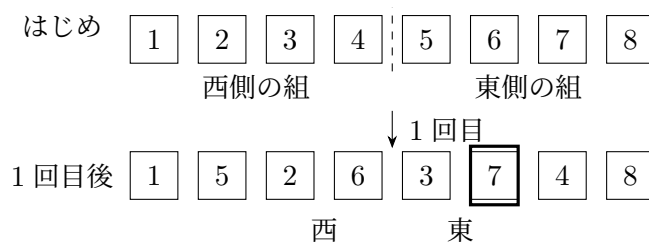
$n = 8$ のとき、はじめの西側の組は

1, 2, 3, 4

で、東側の組は

5, 6, 7, 8

である。西側の組と東側の組から 1 人ずつ交互に並べる。

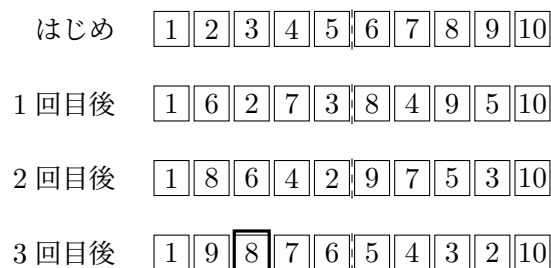


図より、全体の西から 6 番目にいる生徒のゼッケン番号は 7 番である。

答え：7 番

2

$n = 10$ のとき、各回の並びを順に書くと次のようになる。各段の中央の点線は、その次のフォーメーションチェンジで西側の組と東側の組に分かれる位置を示す。



3 回目のフォーメーションチェンジ後の並びは

1, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 10

である。したがって、8 番のゼッケンをつけている生徒は、全体の西から 3 番目にいる。

答え：3 番目

3

$n = 70$ なので、各回のフォーメーションチェンジの直前には、西側の組と東側の組に 35 人ずつ分かれる。

西側の組の西から a 人目は、チェンジ後には

$$1, 3, 5, \dots$$

という奇数番目に入る。したがって、チェンジ後の位置は

$$2a - 1$$

番目である。

東側の組の西から b 人目は、チェンジ後には

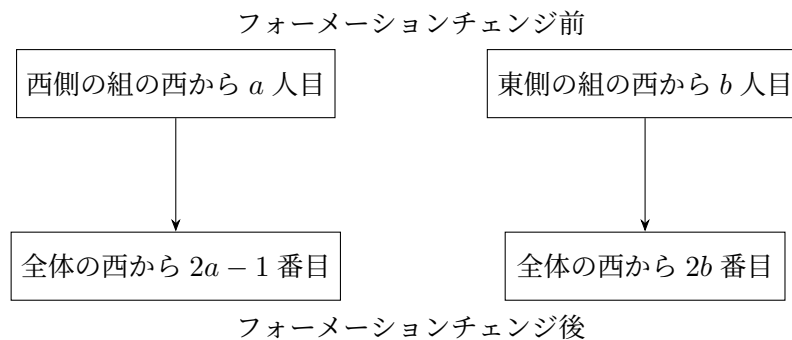
$$2, 4, 6, \dots$$

という偶数番目に入る。したがって、チェンジ後の位置は

$$2b$$

番目である。

この対応を図に表すと、次のようになる。



今回は、5 回目のチェンジ後の位置が全体の西から 35 番目である。35 は奇数なので、その直前には西側の組にいた。式

$$2a - 1 = 35$$

から、

$$a = 18$$

となる。したがって、4 回目のチェンジ後には、全体の西から 18 番目にいた。

次に 18 は偶数なので、その直前には東側の組にいた。式

$$2b = 18$$

から $b = 9$ である。東側の組の西から 9 人目は、全体では

$$35 + 9 = 44$$

番目である。したがって、3 回目のチェンジ後には全体の西から 44 番目にいた。

同じ考え方で、チェンジ後の位置から直前の位置を順に逆算する。

チェンジ後の位置	直前にいた組	チェンジ前の全体での位置
35	西側	$(35 + 1) \div 2 = 18$
18	東側	$35 + 18 \div 2 = 44$
44	東側	$35 + 44 \div 2 = 57$
57	西側	$(57 + 1) \div 2 = 29$
29	西側	$(29 + 1) \div 2 = 15$

逆にたどる流れは、次の通りである。



はじめは、全体の西から順にゼッケン番号が並んでいる。したがって、はじめに全体の西から 15 番目にいた生徒のゼッケン番号は 15 番である。

なお、文章中の空欄は、

- ① $2a - 1$, ② $2b$, ③ 15

である。

答え：① $2a - 1$ 、② $2b$ 、③ 15